

ИЗМЕРЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ОТДЕЛЬНОГО СПИНА ПРИ ПОМОЩИ “ТУРНИКЕТА”

С.Н.Молотков, С.С.Назин

Институт физики твердого тела РАН
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 22 июня 1999 г.

Предлагается схема измерения состояния отдельного спина (системы спинов), основанная на идее одноэлектронного “турникета”, и инжекции одиночных спин-поляризованных электронов из магнитных металлических берегов. Обсуждаются приложения к недавно предложенной схеме квантовых спиновых вентилях на основе кремниевой матрицы (В.Е.Кане, Nature **393**, 133 (1998)).

PACS: 03.67.-a

После открытия эффективных квантовых алгоритмов [1] и строгого доказательства возможности устойчивых к ошибкам квантовых вычислений [2] стали предлагаться различные реализации квантовых логических вентилях: на основе холодных ионов [3], ядерного магнитного резонанса [4], на оптической основе [5], на полупроводниковых наноструктурах [6] и на основе эффекта Джозефсона [7]. Недавно была высказана идея создания квантовых вентилях на основе кремниевой матрицы [8] с внедренными донорными примесями атомов P^{31} . Роль квантовых битов играют спин ядра и спин электрона атома P^{31} . Одной из неясных проблем в схеме [8] является измерение состояния отдельного ядерного или электронного (или их совместно) спинов. В работах [9, 10] обсуждалась идея косвенного детектирования состояния спина при помощи одноэлектронного транзистора. Предложенные схемы не позволяют детектировать непосредственно состояние отдельного спина, а измеряют лишь разные зарядовые состояния системы электронных и ядерных спинов.

Само по себе детектирование отдельного спина не является экзотикой. Впервые наблюдение ларморовской прецессии отдельного спина, локализованного на поверхности Si(111)7×7 в сверхвысоком вакууме при помощи сканирующего туннельного микроскопа (СТМ), было продемонстрировано группой ИВМ (см. [11, 12]) 10 лет назад. Были также сообщения о детектировании сигнала электронного парамагнитного резонанса в токе СТМ от отдельного спина в органической молекуле [13]. Продемонстрирована также чувствительность СТМ с магнитным зондом на атомарном уровне к состоянию отдельных спинов на поверхности магнитных материалов [14]. Измеряемой величиной в СТМ является туннельный ток, который зависит на атомарных масштабах от положения иглы вдоль поверхности, в случае магнитной иглы туннельный ток содержит спин-зависящую компоненту [12]:

$$I_t(\mathbf{x}) \propto \rho_c(\mathbf{x})\rho_t \mathbf{m}_c(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{m}_t,$$

где $\rho_{c,t}(\mathbf{x})$ – локальные плотности состояний на острие иглы и поверхности, $\mathbf{m}_c(\mathbf{x})$ и \mathbf{m}_t – локальные намагниченности на поверхности в точке \mathbf{x} и на острие иглы. Однако измерения тока в стационарном режиме напрямую не годятся для применения их к состояниям квантовых вентилях.

При реализации квантовых вентилях необходимо уметь проводить измерения над системой в произвольный момент времени. Согласно общей теории квантовомеханических измерений [15–17], наиболее полное описание любой конкретной измерительной процедуры, которой может быть подвергнута квантовомеханическая система, дается так называемым инструментом $T(d\lambda)$, представляющим собой отображение состояний системы (матриц плотности) до измерения ρ_s в матрицы плотности (с точностью до нормировки) системы сразу после измерения $\tilde{\rho}_s = T(d\lambda)\rho_s$, давшего результат в окрестности $d\lambda$ (при этом вероятность получения результата в окрестности $d\lambda$ есть $\text{Tr}\tilde{\rho}_s = \text{Tr}\{T(d\lambda)\rho_s\}$). Известно, что любой инструмент может быть представлен в виде

$$T(d\lambda)\rho_s = \text{Tr}_A\{(I_s \otimes M_A(d\lambda))U(\rho_s \otimes \rho_A)U^{-1}\},$$

то есть любое измерение может быть реализовано при помощи подцепления к рассматриваемой системе вспомогательной системы в фиксированном состоянии ρ_A (A – ancilla), их совместной унитарной эволюции (U) в течение некоторого времени, и затем измерения, порождаемого некоторым разложением единицы $M_A(d\lambda)$, над вспомогательной системой.

Ниже предлагается способ детектирования состояния отдельного спина (или системы спинов, например ядерный спин+спин электрона), основанный на идее “турникета” [18,19]. В данной схеме явно присутствуют: приготовление вспомогательной системы (ρ_A) в произвольный момент времени, включение взаимодействия между (ρ_A) и (ρ_s), совместная унитарная эволюция, отключение взаимодействия в произвольный момент времени и детектирование состояния вспомогательной системы.

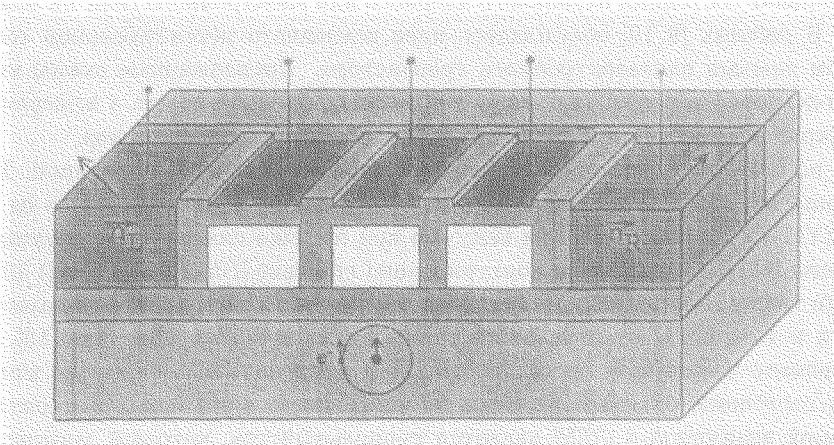


Рис.1

Рассмотрим модельную систему. Пусть имеется система спинов под поверхностью, например, атом с ядерным спином и локализованный на нем электрон (рис.1). Пусть также имеется система туннельно-связанных квантовых точек на поверхности такая, что центральная точка находится над системой спинов, играющей роль квантовых битов (рис.1,2). В каждой квантовой точке имеется один размерно-квантованный уровень. Крайние точки связаны туннельной связью с металлическими магнитными электродами (рис.1,2).

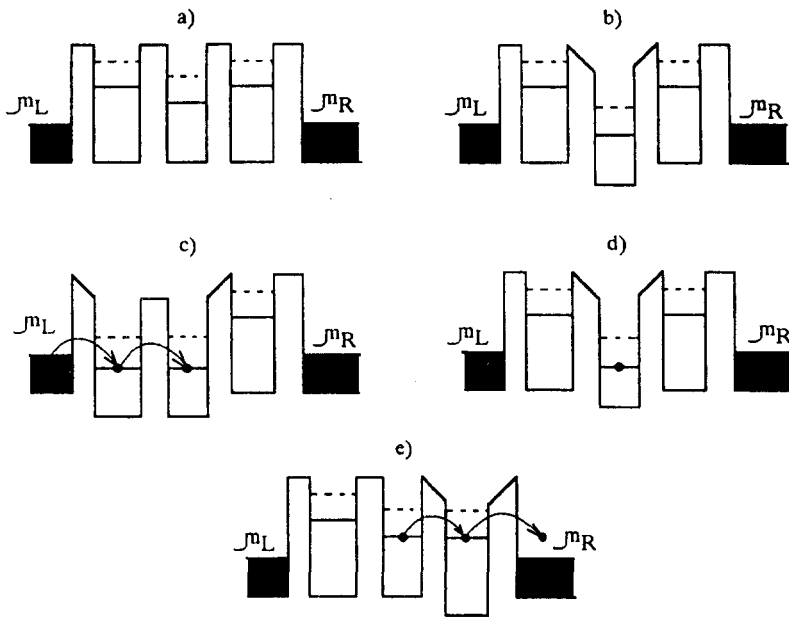


Рис.2

Гамильтониан туннельно-связанных квантовых точек с берегами и между собой может быть представлен в виде

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k,\sigma,\alpha=L,R} \varepsilon_{k\sigma\alpha} a_{k\sigma\alpha}^+ a_{k\sigma\alpha} + \sum_{\sigma} (\varepsilon_c c_{c\sigma}^+ c_{c\sigma} + \varepsilon_L c_{L\sigma}^+ c_{L\sigma} + \varepsilon_R c_{R\sigma}^+ c_{R\sigma}) + \\
 & + \sum_{k\sigma} (T_{kL} c_{L\sigma}^+ a_{k\sigma L} + T_{cL} c_{c\sigma}^+ c_{L\sigma} + T_{cR} c_{c\sigma}^+ c_{R\sigma} + \text{э.с.}) + \\
 & + \sum_{\sigma} (U_L n_{L\sigma} n_{L-\sigma} + U_c n_{c\sigma} n_{c-\sigma} + U_R n_{R\sigma} n_{R-\sigma}),
 \end{aligned} \quad (1)$$

где первые два слагаемых описывают состояния электронов в изолированных берегах и точках, третье – туннельную связь между берегами и точками, а последнее – кулоновское отталкивание в точках (если оно существенно). Мы считаем, что электроны в берегах находятся в спин-поляризованном состоянии и вектор намагниченности в берегах имеет направления \mathbf{n}_L и \mathbf{n}_R , соответственно, и фиксирован, например, магнитной анизотропией. Если система находится во внешнем магнитном поле, то необходимо добавить его в гамильтониан. Гамильтониан спиновой системы (квантового вентиля), например, для ситуации ядерный спин + локализованный на нем электронный спин, может быть представлен в виде

$$H_s = \sum_{\sigma} \varepsilon_s c_{s\sigma}^+ c_{s\sigma} + g_s \mu_B c_{s\sigma}^+ c_{s\sigma'} \sigma_{\sigma\sigma'} \cdot \mathbf{H} + g_I \mu_B \mathbf{I} \cdot \mathbf{H} + g_{sI} \mathbf{I} \cdot \sigma_{\sigma\sigma'} c_{s\sigma}^+ c_{s\sigma'}. \quad (2)$$

В магнитном поле должен быть учтен вклад от металлических электродов. Гамильтониан взаимодействия спинов в квантовом вентиле с электроном, локализованным в

центральной точке (см. ниже), зависит от конкретной геометрии структуры. Например, если возможно перекрытие волновых функций электрона в центральной точке и на центре, то гамильтониан может быть записан в виде

$$H_{int} = \sum_{\sigma} (t_{sc} c_{s\sigma}^{\dagger} c_{c\sigma} + \text{э.с.}) + g_{cl} \mathbf{I} \cdot \sigma_{\sigma\sigma'} c_{c\sigma'}^{\dagger} c_{c\sigma} + \sum_{\sigma} U_{sc} n_{c\sigma} n_{s-\sigma}. \quad (3)$$

Если перекрытие несущественно, то следует оставить только диполь-дипольное взаимодействие.

Полное решение о временной эволюции системы является нетривиальной задачей. Для того, чтобы продвинуться, нам потребуется предположить определенную иерархию времен различных процессов в системе. Пусть τ_{res} — характерное время туннелирования в берег из центральной точки, когда уровни в соседних квантовых точках введены в резонанс (это время совпадает со временем туннелирования, например, из левой ямы в берег через один барьер), τ_{non} — характерное туннелирование в берег из центральной точки, когда уровни в точках выведены из резонанса, и τ_{dyn} — характерное время совместной эволюции за счет взаимодействия электрона в центральной точке и спинов в вентиле. Будем считать, что $\tau_{res} \ll \tau_{dyn} \ll \tau_{non}$. Ниже мы хотим воспользоваться тем хорошо известным обстоятельством, что при туннелировании через два барьера (из центральной точки в один из берегов) при резонансе уровней дополнительная малость связанная с дополнительным барьером снимается. Характерные времена обратно пропорциональны ширине уровня и зависят от его положения; для оценок времен можно воспользоваться соотношениями (см., например, [19])

$$\frac{1}{\tau(\omega)} = \gamma(\omega) = \frac{|T_{Lc}|^2 \gamma_0^2}{[\tilde{\epsilon}_c(\omega) - \tilde{\epsilon}_L(\omega)]^2 + \gamma_0^2}, \quad \gamma_0 = \sum_k |T_{kL}|^2 \delta(\omega - \epsilon_{kL}) = |T_L|^2.$$

Здесь $\gamma_0 = |T_L|^2 \approx |T_{cL}|^2 = |T|^2$ — затравочная туннельная прозрачность барьеров между ямами и ямами и берегами, которую без ограничения общности можно считать одинаковой. В резонансе ($\tilde{\epsilon}_c(\omega_r) = \tilde{\epsilon}_L(\omega_r)$) $1/\tau_{res} \approx |T|^2 = \gamma_0$. При выходе уровней из резонанса на величину, большую ширины уровня ($\Delta \gg \gamma_0$), характерное время становится $1/\tau_{non} \approx \gamma_0 (\gamma_0^2/\Delta^2) \ll 1/\tau_{res}$. Учет кулоновского отталкивания качественно не изменяет ситуацию.

Обсудим теперь различные стадии измерительной процедуры (рис.2):

а) сначала размерно-квантованные уровни в квантовых точках являются незаполненными (находятся выше уровней химических потенциалов в берегах). Штриховыми линиями показаны отщепленные кулоновским взаимодействием уровни в точках;

б,с) к центральной и левой точкам прикладываются импульсы напряжения на временах τ , таких, что $\tau_{res} \ll \tau \ll \tau_{dyn}$ такие, что уровни в точках L и c вводятся в резонанс и опускаются ниже уровня химического потенциала μ_L в левом берегу. За времена τ_{res} уровни в левой и центральной точках заполняются электронами из левого берега;

д) затем прикладывается импульс напряжения на временах $\tau_{res} \ll \tau \ll \tau_{dyn}$ на левую точку, переводящий уровень в ней выше химического потенциала μ_L . За характерное время τ_{res} уровень в левой яме опустошается за счет ухода электрона назад в левый берег. Уровень в центральной точке остается заполненным. На вре-

менах $< \tau_{non}$ можно считать, что электрон “не помнит” о берегах и является изолированным, причем его спиновое состояние определяется состоянием левого берега. Такая процедура приводит к приготовлению в начальный момент времени (на фоне $\tau \ll \tau_{dyn}$ – мгновенно) вспомогательной квантовой системы в состоянии $\rho_A(t=0)$. Поскольку для спина $1/2$ матрица плотности всегда может быть представлена в виде $\rho = 1/2(I + \sigma \cdot \mathbf{u})$, состояние электрона в центральной точке, пришедшего из левого берега, описывается матрицей плотности $\rho_A(t=0) = (1/2)(I + \sigma \cdot \mathbf{u}_L)$, где \mathbf{u}_L – вектор, описывающий направление и степень поляризации электронов в левом берегу. Далее, на временах $\tau_{res} \ll t \ll \tau_{non}$ можно считать, что имеет место совместная квантовая динамика электрона в центральной точке и спинов в вентиле, которая описывается унитарной эволюцией

$$\bar{\rho}(t) = U(t)(\rho_A(t=0) \otimes \rho_s(t=0))U^{-1}(t), \quad U(t) = \exp(i \int_0^t H_{int}(t') dt').$$

Здесь $\rho_s(t=0)$ – матрица плотности квантового вентиля в момент $t=0$. Диагонализация гамильтониана H_{int} не представляет труда, поскольку он описывает конечно-мерную систему (например, совместная динамика электрон в точке + ядерный спин + локализованный на нем электрон требует диагонализации матрицы 8×8). Матрица плотности электрона в центральной яме к моменту t после совместной эволюции есть

$$\rho_A(t) = \text{Tr}_s\{U(t)(\rho_A(t=0) \otimes \rho_s(t=0))U^{-1}(t)\} = \frac{1}{2}(I + \sigma \cdot \mathbf{u}_A(t)),$$

где вектор $\mathbf{u}_A(t)$ задает спин электрона в центральной точке, который он приобрел к моменту t в результате взаимодействия со спинами в вентиле;

е) детектирование состояния электрона в центральной яме осуществляется путем измерения тока, протекающего в правый берег. Для этого на время τ_1 прикладываются импульсы напряжения к центральной и правой квантовым точкам (см. рис.2е), аналогично тому, как это делалось при инжектировании электрона из левого берега. Если время τ_1 мало по сравнению с τ_{res} , то вероятность ухода электрона в правый берег будет пропорциональна τ_1 . Поскольку $\tau_{dyn} \gg \tau_{res}$, в момент времени t происходит практически мгновенное (на фоне совместной динамики) выключение взаимодействия между вспомогательной системой и квантовым вентиляем. Вероятность ухода электрона в правый берег в единицу времени с точностью до численных множителей равна

$$\text{Pr} \propto |T|^2 \text{Tr}_{sA}\{\rho_R \cdot \rho_a(t)\} = |T|^2 \text{Tr}_{sA}\{(I_s \otimes \rho_R)(U(t)(\rho_s(t=0) \otimes \rho_A(t=0))U^{-1}(t))\},$$

где ρ_R – матрица плотности электронов в правом берегу, $\rho_R = 1/2(I + \sigma \cdot \mathbf{u}_R)$. Это означает, что вероятность появления импульса тока в правом берегу зависит от спинового состояния электрона в центральной квантовой точке:

$$\text{Pr} = C\tau_1 \cdot |T|^2 \{1 + \mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_A(t)\}, \quad (4)$$

где C – некоторая константа (зависимость в виде скалярного произведения возникает фактически из-за необходимости приведения к одной оси квантования спина при сшивке волновых функций двух спиноров в точке и правом берегу [20]).

f) наконец, к центральной и левой квантовым точкам на некоторое время прикладываются импульсы напряжения такой величины, чтобы с вероятностью единица электрон из центральной точки, если он в результате операции e) не перешел в правый берег, уходил в левый берег.

Обозначим полную продолжительность цикла, состоящего из операций a)–f), через τ_0 . Тогда при фиксированном τ_1 через систему квантовых точек будет протекать ток $R\Gamma \cdot e/\tau_0$. Значение константы C в уравнении (4) можно определить, измерив ток для случая совпадающих по направлению поляризаций в левом и правом берегах при отключенном взаимодействии с вентилем ($t = 0$), когда $\mathbf{u}_R \cdot \mathbf{u}_A(t) = |\mathbf{u}_R| \cdot |\mathbf{u}_L|$ (мы считаем, что степени поляризации в берегах $|\mathbf{u}_R|$ и $|\mathbf{u}_L|$) известны).

Таким образом, измерение тока в описанной выше схеме позволяет восстановить вектор поляризации вспомогательной системы $\mathbf{u}_A(t)$, который зависит от исходного состояния вентиля ρ_s перед измерением. Вообще говоря, для полного восстановления состояния вентиля по измеренному току нужно уметь вычислять все три компоненты вектора \mathbf{u}_s , определяющего матрицу плотности вентиля. Ясно, что для этого необходимо измерить ток по крайней мере для трех различных комбинаций параметров системы. Например, можно менять направление намагниченности в обоих берегах и время взаимодействия вспомогательной системы с вентилем. Однако вопрос о том, достаточно ли информации о поведении туннельного тока в зависимости от указанных параметров для полного восстановления вектора \mathbf{u}_s или нет, должен решаться отдельно для каждого конкретного гамильтониана взаимодействия между вспомогательной системой и вентилем.

Характерное время нерезонансного туннелирования может быть сделано достаточно большим за счет увеличения ширины двойного барьера, поэтому оно не является ограничением. Характерное время совместной квантовой динамики электрона в центральной точке и вентиля может быть оценено как время порядка динамики изолированного вентиля. Последнее равно обратной частоте ларморовской прецессии спина во внешнем магнитном поле [8]. В поле $B \approx 100$ Гс (0.01 Тл) оно составляет $1/\tau_{dyn} \approx 10^6$ Гц. При этом время резонансного туннелирования с запасом может быть доведено до $\tau_{res} \approx 10^{-9}$ с, что позволяет, в принципе, осуществлять измерение импульсов тока на временах $\tau \leq \tau_{res}$. Требуемые температуры при этом составляют не более 1 мК, чтобы, по крайней мере, зеэмановское расщепление не замывалось температурой. Увеличение рабочей температуры приводит к укорочению τ_{dyn} и, соответственно, τ_{res} и укорочению времен измерения импульсов тока. Отметим, что квантовые точки, как и кремниевая матрица [8], должны быть выполнены из изотопов без ядерного спина; это не позволяет использовать развитую технологию на основе GaAs/GaAlAs материалов и требует использования систем на основе Si/SiGe.

Авторы благодарят К.А.Валиева за обсуждение результатов. Работа поддержана РФФИ (проект N 98-02-16640), проектом N 02.04.5.2.40.Т.50 программы “Перспективные технологии и устройства микро- и нанозлектроники” и программой “Поверхностные атомные структуры” (проект N 1.1.99).

-
1. P.W.Shor, *Proc. 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, Santa Fe, NM, USA, Ed. S.Goldwasser, IEEE Comput. Soc. Press, Los Alamitos, (1994), p. 124.
 2. А.Ю.Китаев, УМН **52**, вып.6, 53 (1997).
 3. J.I.Cirac and P.Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4091 (1995).

4. N.A.Gehnenfeld and I.L.Chuang, *Science* **275**, 350 (1997); D.G.Cory, M.D.Price, and T.F.Havel, *Physica D* **120**, 82 (1998).
5. Q.A.Turchette et al, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4710 (1995); G.J.Milburn, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2124 (1989).
6. A.Barenco, D.Deutsch, A.Ekert, and R.Jozsa, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4083 (1995); С.Н.Молотков, *Письма в ЖЭТФ* **64**, 219 (1996).
7. A.Shnirman, G.Schön, and Z.Hermon, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2371 (1997); L.B.Ioffe, V.B.Geshkenbein, M.V.Feigel'man et al., *Nature* **398**, 679 (1999).
8. B.E.Kane, *Nature* **393**, 133 (1998).
9. B.E.Kane, N.S.McAlpine, A.S.Dzurak et al., xxx.lanl.gov/cond-mat/9903371.
10. R.Vrijen, E.Yablonovich, Kang Wang et al., xxx.lanl.gov/quant-ph/9905096.
11. Y.Manassen, R.J.Hamers, J.E.Demuth, and A.J.Castellano, Jr., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2513 (1989).
12. S.N.Molotkov, *Surface Science* **264**, 235 (1992); **261**, 7 (1992); **302**, 235 (1994); *Письма в ЖЭТФ* **55**, 180 (1992); **59**, 178 (1994).
13. A.W.McKinnon and M.E.Weland, in *Abstracts of STM'91, Int. Conf. Scanning Tunneling Microscopy, Interlaken, 1991*, p.51.
14. I.V.Shets, R.Wiesendanger, D.Brügler et al., *J. Appl. Phys.* **71**, 5496 (1992); R.Wiesendanger, H.-J.Güntherodt, G.Güntherodt, and R.Ruf, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 247 (1990); M.W.Prins, R.Jansen, and H. van Kempen, *Phys. Rev.* **B53**, 8105 (1996).
15. А.С.Холево, *Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории*, М.: Наука, 1980.
16. К.Краус, *States, Effects and Operations*, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
17. P.Busch, M.Grabowski, and P.J.Lahti, *Operational Quantum Physics*, Springer Lecture Notes in Physics, v.**31**, 1995.
18. H.Grabert and M.H.Devoret (Editors), *Proc. of the NATO ASI on Single Charge Tunneling*, March, 1991, Plenum, New York, 1992.
19. С.Н.Молотков, С.С.Назин, *Письма в ЖЭТФ* **58**, 272 (1993).
20. С.Н.Молотков, С.С.Назин, *ЖЭТФ* **107**, 1232 (1995).