Письма в ЖЭТФ, том 70, вып.9, стр.595 - 600

ОСЦИЛЛЯЦИИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОДНОМЕРНОГО МЕЗОСКОПИЧЕСКОГО КОЛЬЦА, ВЫЗВАННЫЕ ЗЕЕМАНОВСКИМ РАСЩЕПЛЕНИЕМ

М.В.Москалец[1)]

Поступила в редакцию 19 мая 1999 г.
После переработки 24 сентября 1999 г.

Показано, что взаимосвязь спинового расщепления в магнитном поле и пространственного квантования в одномерном баллистическом кольце, связанном с резервуаром, приводит к новому типу мезоскопических осцилляций, исчезающих при повышении температуры. Период таких осцилляций обратно пропорционален плотности состояний в спиновой подсистеме в кольце.

PACS: 73.20.Dx; 71.70.Ej

Осцилляции термодинамических [1] и кинетических [2] свойств двусвязных образцов (колец) при низких температурах при изменении магнитного потока с периодом, равным кванту магнитного потока $\Phi_0 = h/e$, является одним из фундаментальных эффектов в мезоскопической физике, что обусловлено проявлением эффекта Ааронова – Бома (АБ) [3] в твердом теле. В термодинамике этот эффект приводит к существованию в нормальных (несверхпроводящих) кольцах термодинамически равновесного (персистентного) тока, теоретически предсказанного в [4, 5] и экспериментально наблюдавшегося в [6 – 8]. Персистентный ток обусловлен эффектом АБ в системах с дискретным спектром. При повышении температуры, когда последняя превышает характерное расстояние между уровнями квантования энергии электронов в кольце, персистентный ток обращается в нуль [1].

Одним из важных свойств персистентного тока является эффект четности [9 – 12], заключающийся в том, что свойства тока зависят от четности числа частиц N_0 в основном состоянии для бесспиновых электронов или от N_0 по модулю 4 для электронов со спином. Этот эффект имеет место как для изолированных колец, так и для колец, связанных с резервуаром электронов [11, 13, 14]. В частности, в случае четного числа электронов со спином в основном состоянии период осцилляций АБ равен кванту магнитного потока, в то время как для нечетного N_0 период равен $\Phi_0/2$.

Хотя магнитный поток формально воздействует только на зарядовую степень свободы системы электронов, в силу эффекта четности спиновая подсистема также существенно влияет на свойство осцилляций АБ, что особенно проявляется при учете межэлектронного взаимодействия [1]. В частности, такое влияние приводит к существованию дробных осцилляций АБ с периодом Φ_0/N_0 в изолированных системах с небольшим числом электронов $N_0 \geq 1$ [15, 12, 16]. В системах с большим числом частиц в общем случае дробные осцилляции отсутствуют [16], однако взаимодействие со спиновой подсистемой может приводить к уменьшению периода АБ осцилляций в два или четыре раза [14].

[1)] Адрес для переписки: 310020 Украина, г.Харьков, пр-т Ильича 93-а, кв.48.

Таким образом, воздействие на спиновую подсистему, в конечном итоге, будет проявляться в персистентном токе. Взаимодействие с магнитным полем, создающим магнитный поток в кольце, снимает спиновое вырождение и, как будет показано в настоящей работе, приводит к существованию нового типа мезоскопических осцилляций в кольце, связанном с резервуаром. А именно, при изменении величины магнитного поля состояние электронной системы осциллирует (с периодом по магнитному потоку, значительно превышающим Φ_0) между состоянием, характерным для колец с четным числом N_0, и состоянием, характерным для нечетного N_0 (см. [14]). Эти состояния качественно отличаются друг от друга. В частности, как уже отмечалось, величина фундаментального периода АБ осцилляций равна Φ_0 в первом случае и $\Phi_0/2$ во втором случае.

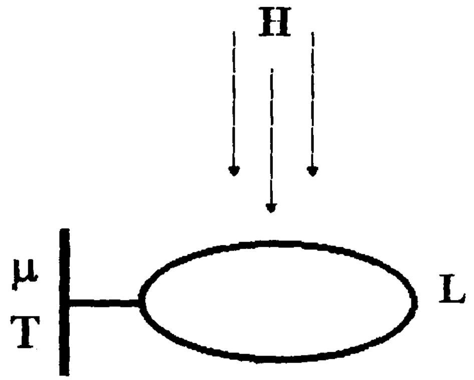

Рис.1. Одномерное кольцо с длиной L в перпендикулярном магнитном поле H, слабо связанное с резервуаром электронов с химическим потенциалом μ и температурой T

Рассмотрим одномерное баллистическое кольцо (рис.1) с длиной L, слабо связанное с резервуаром электронов с химическим потенциалом μ и температурой T, достаточно низкой, чтобы можно было пренебречь неупругими процессами в кольце. Перпендикулярно плоскости кольца приложено магнитное поле H, чему соответствует магнитный поток $\Phi = HL^2/4\pi$ через кольцо. Мы предположим, что химический потенциал резервуара электронов не зависит от магнитного поля и одинаков для электронов с противоположными направлениями спина. Полагая, что в кольце содержится большое число N_e частиц, мы можем линеаризовать спектр электронов вблизи точек Ферми и описывать взаимодействующие между собой электроны в рамках модели латтинджеровской жидкости [17]. В этом случае лагранжиан L_{LL} в бозонной форме для электронной системы имеет вид [18]

$$L_{LL} = \frac{\hbar v_\rho}{2g_\rho}\left\{\frac{1}{v_\rho^2}\left(\frac{\partial\theta_\rho}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial\theta_\rho}{\partial x}\right)^2\right\} + \frac{\hbar v_\sigma}{2g_\sigma}\left\{\frac{1}{v_\sigma^2}\left(\frac{\partial\theta_\sigma}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial\theta_\sigma}{\partial x}\right)^2\right\}, \qquad (1)$$

где x – координата вдоль кольца, t – время, v_i, g_i – параметры Холдейна ($i = \rho, \sigma$). Индексы ρ, σ обозначают величины, описывающие зарядовую и спиновую степени свободы. Взаимодействие с магнитным полем и обмен частицами с резервуаром учтем следующим лагранжианом:

$$L_{int} = \frac{2\hbar}{L}\pi^{1/2}\left\{\frac{\partial\theta_\rho}{\partial t}\left[\frac{k_{j\rho}}{4} + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right] + \frac{\partial\theta_\sigma}{\partial t}\frac{k_{j\sigma}}{4}\right\} + \frac{g}{2}\beta H\frac{N_\sigma}{L} + \mu\frac{N_\rho}{L}. \qquad (2)$$

Здесь $k_{j\rho}$, $k_{j\sigma}$ – топологические числа, определяемые четностью числа $N_{e\uparrow}$ и $N_{e\downarrow}$ электронов с определенной проекцией спина в кольце [11, 14]; g – гиромагнитное отношение для электронов в кольце; $\beta = e\hbar/(2m)$ – магнетон Бора. Числа зарядовых и спиновых возбуждений в кольце равны, соответственно, $N_\rho \equiv N_e = N_{e\uparrow} + N_{e\downarrow}$; $N_\sigma = N_{e\uparrow} - N_{e\downarrow}$. В рассматриваемом случае взаимодействие с однородным магнитным полем H фактически сводится к взаимодействию АБ [1] (первый член в (2)) и зеемановскому взаимодействию (второй член в (2)), которое не зависит от орбитального движения. Отметим, что в случае неоднородного магнитного поля зеемановское взаимодействие приводит к эффективному спин-орбитальному взаимодействию [19].

Вычислим зависящую от магнитного поля часть $\Delta\Omega(H)$ термодинамического потенциала электронов в кольце. Известно [11], что в баллистическом случае такая зависимость определяется вкладом нулевых мод бозонных полей. Мы предположим, что при $H = 0$ основное состояние немагнитно: $N_{0\sigma} = 0$. Вычисления, аналогичные приведенным в [14], дают

$$\Delta\Omega(H) = -T\ln(Z), \tag{3}$$

где

$$Z = \{\theta_3(2\phi, q_\rho^4)\theta_3(0, q_\sigma^4)\theta_3(2\delta_\mu, q_{0\rho}^4)\theta_3(2\delta_z, q_{0\sigma}^4)+$$
$$+\theta_2(2\phi, q_\rho^4)\theta_2(0, q_\sigma^4)\theta_2(2\delta_\mu, q_{0\rho}^4)\theta_2(2\delta_z, q_{0\sigma}^4)+$$
$$+\theta_3((2\phi+\frac{1}{2}), q_\rho^4)\theta_3(\frac{1}{2}, q_\sigma^4)\theta_3((2\delta_\mu+\frac{1}{2}), q_{0\rho}^4)\theta_3((2\delta_z+\frac{1}{2}), q_{0\sigma}^4)\}.$$

Здесь

$$\theta_2(v,q) = 2\sum_{n=0}^{\infty} q^{(n+1/2)^2}\cos(2\pi(n+\frac{1}{2}v), \quad \theta_3 = (v,q) = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} q^{n^2}\cos(2\pi n v)$$

– тета функции Якоби [20];

$$q_{\rho(\sigma)} = \exp\left(-\frac{T}{2T^*_{\rho(\sigma)}}\right);$$

$$q_{0\rho(\sigma)} = \exp\left(-\frac{\pi^2 T}{8T_{0\rho(\sigma)}}\right),$$

где

$$T^*_{\rho(\sigma)} = \frac{\hbar v_{\rho(\sigma)} g_{\rho(\sigma)}}{\pi L}, \quad T_{0\rho(\sigma)}\frac{\pi\hbar v_{\rho(\sigma)}}{g_{\rho(\sigma)}L}; \quad \phi = \frac{\Phi}{\Phi_0}\mathrm{mod}1; \quad \delta_\mu = \frac{\mu}{4T_{0\rho}}\mathrm{mod}1; \quad \delta_z = \frac{g\beta H}{8T_{0\sigma}}\mathrm{mod}1.$$

Выражение (3) получено для нечетного числа $N_{0\uparrow(\downarrow)}$ электронов с определенной проекцией спина в основном состоянии ($T = 0$, $H = 0$, $\delta_\mu = 0$). В случае четного числа $N_{0\uparrow(\downarrow)}$ в выражении (3) необходимо сделать формальную замену $\phi \to \phi+0.5$. Сравнивая (3) с выражениями, приведенными в [14], можно заключить, что при изменении параметра δ_z мы получим как выражение, описывающее систему с четным числом частиц в основном состоянии ($\delta_z = 0$), так и выражение, описывающее систему с нечетным N_0 ($\delta_z = 1/4$).

Очевидно, что магнитное поле двояким образом входит в выражение для $\Delta\Omega$. Во-первых, через параметр ϕ, что обусловливает обычные осцилляции АБ (с периодом по магнитному потоку Φ_0) как в изолированном кольце ($N_e = \mathrm{const}$), так и в кольце, связанном с резервуаром ($\mu = \mathrm{const}$). Во-вторых, через параметр δ_z, что также приводит к осцилляциям термодинамического потенциала в магнитном поле. В настоящей работе мы проанализируем осцилляции второго типа. Отметим, что в рассматриваемой модели такие осцилляции существуют только в режиме $\mu = \mathrm{const}$ и отсутствуют для изолированного кольца.

Физически рассматриваемые осцилляции обусловлены следующим. При увеличении магнитного поля спиновое расщепление приводит к монотонному сдвигу уровней пространственного квантования в кольце для электронов с определенной проекцией спина относительно фиксированного уровня химического потенциала μ. Это в конечном итоге приводит к увеличению в основном состоянии кольца числа электронов с проекцией спина вдоль поля и к уменьшению числа электронов с противоположным направлением проекции спина, то есть число спиновых возбуждений в основном состоянии становится отличным от нуля, $N_{0\sigma} \neq 0$. При этом число зарядовых возбуждений $N_{0\rho}$ в основном состоянии не изменяется. Поэтому учет важного для мезоскопических систем эффекта кулоновской блокады [21], обусловленного малой электростатической емкостью системы, не повлияет на рассматриваемые осцилляции.

Определим период осцилляций, обусловленных эффектом Зеемана. Учитывая, что функция $\theta_2(v,q)$ периодична по первому аргументу с периодом 2, а период функции $\theta_3(v,q)$ по v равен 1, из выражения (3) заключаем, что рассматриваемые осцилляции имеют следующий период:

$$\Delta\left(\frac{g}{2}\beta H\right) = 4T_{0\sigma}. \tag{4}$$

Величина $4T_{0\sigma}$ определяет энергию, необходимую для увеличения числа спиновых возбуждений в кольце. Так в модели невзаимодействующих электронов ($g_\rho = g_\sigma = 2$; $v_\rho = v_\sigma = v_F$, где v_F – фермиевская скорость) имеем $T_{0\sigma} = T_{0\rho} = \Delta_F/4$, где Δ_F – расстояние между уровнями энергии электронов вблизи энергии Ферми (при $H = 0$). Таким образом, с учетом кирального и спинового вырождений периоду осцилляций (4) соответствует изменение числа спиновых возбуждений на 4.

Далее вычислим персистентный ток $I = -\partial\Omega/\partial\Phi$ в кольце. При дифференцировании по Φ параметр δ_z можно считать постоянным, поскольку соответствующий период (см. (4)) в пересчете на магнитный поток (для невзаимодействующих электронов)

$$\Delta\Phi = \Phi_0 \frac{2}{g}\frac{m}{m^*}\frac{N_0}{4}$$

(где m^* – эффективная масса электрона) намного превышает период осцилляций АБ Φ_0. Учет изменения δ_z при изменении Φ приведет к поправкам порядка $1/N_0$, которыми можно пренебречь. Таким образом, в мезоскопическом пределе $N_0 \gg 1$ в одномерном кольце учет эффекта Зеемана не искажает осцилляций АБ, однако приводит к периодическому изменению амплитуды таких осцилляций при изменении магнитного поля. Приведем выражение для суммы амплитуд всех нечетных гармоник $I_1 = I(\phi = \frac{1}{4})$. Отметим, что при $T \gg T_\rho^*$ величина I_1 фактически является амплитудой первой гармоники тока:

$$I_1 = \frac{T}{\Phi_0}\frac{F(\frac{1}{4}, q_\rho)}{Z(\phi = \frac{1}{4})}\theta_3\left(\frac{1}{2}, q_\rho^4\right)\theta_2(0, q_\sigma^4)\theta_2(2\delta_\mu, q_{0\rho}^4)\theta_2(2\delta_z, q_{0\sigma}^2), \tag{5}$$

где функция

$$F(v,q) = 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(2\pi n v)}{\sinh(n \ln(1/q))}.$$

Асимптотики величины I_1 при $T \to 0$ и в области высоких температур для модели невзаимодействующих электронов следующие:

$$I_1/I_0 = \begin{cases} -\dfrac{1-\exp\left(-\frac{\Delta_F}{T}(\frac{1}{4}-|\delta_z|)\right)}{1+\exp\left(-\frac{\Delta_F}{T}(\frac{1}{4}-|\delta_z|)\right)}, & T \ll \dfrac{\Delta_F}{2\pi^2}, \quad \delta_m = 0, \quad |\delta_z| < \dfrac{1}{2}, \\ -\dfrac{16\pi T}{\Delta_F} \exp\left(-\dfrac{2\pi^2 T}{\Delta_F}\right) \cos(2\pi\delta_\mu)\cos(2\pi\delta_z), & T \gg \dfrac{\Delta_F}{2\pi^2}, \end{cases} \tag{6}$$

где $I_0 = ev_F/L$.

Из приведенных выражений следует, что при $\delta_z = \pm 1/4$ величина I_1 обращается в нуль и происходит уменьшение периода осцилляций АБ в два раза. Это связано с изменением числа спиновых возбуждений в кольце на 1 (по сравнению с $\delta_z = 0$). В этом случае числа электронов с противоположным направлением спина имеют различную четность, что, как известно [1, 14], обусловливает равный $\Phi_0/2$ период осцилляций АБ. В то же время, при $\delta_z = 1/2$ знак I_1 изменяется на противоположный, что связано с изменением числа спиновых возбуждений в кольце на 2. На рис.2 приведена зависимость величины I_1 (кривая *1*) от магнитного поля (параметр δ_z). Здесь же приведена аналогичная зависимость (кривая *2*) для суммы амплитуд I_2 четных гармоник. Отметим, что при увеличении температуры $T \gg T_{0\sigma}$, когда квантование спектра спиновой подсистемы становится несущественным, рассматриваемые осцилляции исчезают.

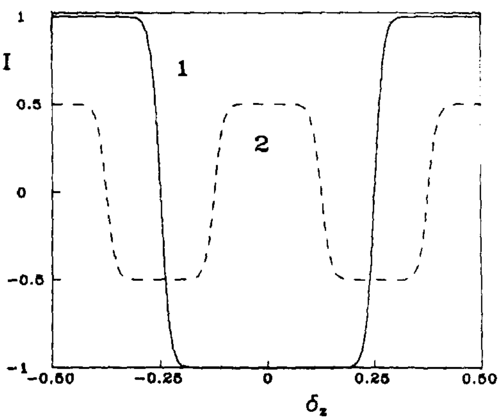

Рис.2. Зависимость суммы амплитуд нечетных I_1 *(1)* и четных I_2 *(2)* гармоник персистентного тока в единицах $I_0 = ev_F/L$ от магнитного поля (параметр δ_z) для невзаимодействующих электронов. Значения параметров, $T/\Delta_F = 0.01$; $\delta_\mu = 0$

Таким образом, при достаточно сильных магнитных полях спиновое расщепление может приводить к дополнительному (на π) изменению фазы осцилляций АБ либо к уменьшению периода осцилляций вдвое. Оценим характерную величину изменения магнитного поля ΔH (см. выражение (4)), при которой возможно наблюдение данного эффекта. Персистентный ток экспериментально наблюдался в баллистических кольцах, созданных в двумерном электронном газе GaAlAs/GaAs гетероструктуры [8]. В этом случае было $L \approx 10^{-5}$ м и $v_F = 2.6 \cdot 10^5$ мс$^{-1}$. Полагая гиромагнитное отношение $g = 2$, в модели невзаимодействующих электронов получим $\Delta H = 1.8$ Тл, что соответствует $\delta_z = 1$. Отметим, что при этом период осцилляций АБ равен $\Delta H_{АБ} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ Тл.

В настоящей работе рассмотрено влияние эффекта Зеемана на термодинамические свойства однородного баллистического кольца, соединенного с резервуаром и содержащего взаимодействующие между собой электроны в перпендикулярном магнитном поле. Показано, что спиновое расщепление приводит к осцилляциям свойств кольца с неуниверсальным по магнитному потоку периодом, величина которого пропорциональна произведению кванта магнитного потока $\Phi_0 = h/e$ и числа частиц N_0 в кольце. Указанный эффект приводит к дополнительному изменению фазы осцилляций Ааронова – Бома при изменении магнитного поля, что обусловлено изменением числа спиновых возбуждений в кольце.

---

1. А.А.Звягин, И.В.Криве, ФНТ **21**, 687 (1995).
2. S.Washburn and R.A.Webb, Adv. Phys. **35**, 375 (1986).
3. Y.Aharonov and D.Bohm, Phys. Rev. **115**, 484 (1959).
4. И.О.Кулик, Письма в ЖЭТФ **11**, 407 (1970).
5. M.Büttiker, Y.Imry, and R.Landauer, Phys. Lett. **96A**, 365 (1983).
6. L.P.Levy, G.Dolan, J.Dunsmuir, and H.Bouchiat, Phys. Rev. Lett. **64**, 2074 (1990).
7. V.Chandrasekhar, R.A.Webb, M.J.Brady et al., Phys. Rev. Lett. **67**, 3578 (1991).
8. D.Mailly, C.Chapelier, and A.Benoit, Phys. Rev. Lett. **70**, 2020 (1993).
9. A.J.Leggett, in: *Granular Nanoelectronics*, Eds. D.K.Ferry, J.R.Barker, C.Jacoboni, NATO ASI, Ser.B, vol.**251**, Plenum, New York, 1991, p.297.
10. Ф.В.Кусмарцев, Письма в ЖЭТФ **53**, 27 (1991).
11. D.Loss, Phys. Rev. Lett. **69**, 343 (1992).
12. N.Yu and M.Fowler, Phys. Rev. **B45**, 11795 (1992).
13. M.V.Moskalets, Eur. Phys. J. **B7**, 645 (1999).
14. M.V.Moskalets, Physica **E4**, 17 (1999).
15. F.V.Kusmartsev, J. Phys. Condens Matter. **3**, 3199 (1991).
16. F.V.Kusmartsev, J.E.Weisz, R.Kishore, and M.Takahashi, Phys. Rev. **B49**, 16234 (1994).
17. F.D.M.Haldane, J. Phys. **C14**, 2585 (1981).
18. C.L.Kane and M.P.A.Fisher, Phys. Rev. **B46**, 15233 (1992).
19. D.Loss and P.M.Goldbart, Phys. Rev. **B45**, 13544 (1992).
20. Г.Бейтмен, А.Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, т.3, М.: Наука, 1967 (H.Bateman, *Higher transcendental functions*. Ed. A.Erdélyi, New York–Toronto–London, Mc Graw-Hill Book Company, inc, 1953).
21. D.V.Averin and K.K.Likharev, in: *Mesoscopic Phenomena in Solids*, Eds. B.Altshuler, P.A.Lee, R.A.Webb, Elsevier, Amsterdam, 1991.