Письма в ЖЭТФ, том 69, вып.1, стр.64 - 69

КОНДАКТАНС ДВУМЕРНОГО ДИСКА КОРБИНО В УСЛОВИЯХ КЭХ ПРИ НАЛИЧИИ КОНТАКТНЫХ ЯВЛЕНИЙ

В.Б.Шикин

Институт физики твердого тела РАН

142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 3 декабря 1998 г.

Отмечено, что контакты двумерной (2DEG) электронной системы с "внешними" металлическими электродами сопровождаются нарушением пространственной однородности ее плотности. Это обстоятельство ведет, в частности, к появлению специфических размерных эффектов для кондактанса неэкранированного диска Корбино в магнитном поле, достаточном для возникновения на профиле электронной плотности локальных областей с целочисленным фактором заполнения. Серьезно трансформируется общая картина распределения транспортного напряжения вдоль диска. Возникают предпосылки для объяснения больших (по сравнению с циклотронной энергией) значений критического транспортного напряжения, ведущего к пробою квантового эффекта Холла. Эксперимент качественно подтверждает предсказания теории.

PACS: 73.61.-r

Контактные явления на границах трехмерных (3D) и двумерных (2D) систем практически неизбежны (см. например [1], раздел "Контактная разность потенциалов") и ведут к ряду наблюдаемых следствий. В 2D случае речь идет, например, о специфических размерных эффектах в проводимости полупроводниковых 2D полосок [2], необычных магнито-осцилляциях проводимости контактного происхождения в экранированном диске Корбино с малой плотностью электронов [3], прямых наблюдениях неоднородного распределения электропотенциала вдоль диска Корбино с металлическими терминалами [4, 5], и т.д.

Целью данной заметки является обсуждение роли контактных явлений в формировании кондактанса 2D диска Корбино при наличии условий, способствующих появлению в нем отдельных "несжимаемых" полосок с магнитным фактором заполнения, близким к одному из целочисленных значений. Как показано ниже, возмущение 2D электронной плотности контактного происхождения стимулирует в условиях квантового эффекта Холла возникновение так называемых несжимаемых полосок с целочисленными значениями магнитного фактора заполнения. Свойства этих полосок, определяющих в основном величину кондактанса диска Корбино, весьма чувствительны к общей геометрии задачи, что отражается и на кондактансе. Обнаружена сильная неоднородность проводимости целочисленных полос по их сечению. Отмечена возможность появления большого числа полосок в пределах 2D области диска Корбино. Приводятся экспериментальные свидетельства в пользу излагаемой теории.

1. Напомним сперва результаты классической электростатики для распределения зарядов в комбинации металл – 2D система – металл с разными внутренними характеристиками, что эффективно учитывается введением контактной разности потенциалов ϕ_{ab} между "партнерами" [1]:

$$e\phi_{ab} = W_a - W_b, \tag{1}$$

где W_i – так называемые работы выхода соответствующих проводящих систем, e – элементарный заряд.

Опуская детали, приведённые, например, в [5], имеем с достаточной точностью следующее распределение возмущенной электронной плотности контактного происхождения:

$$\delta n_0(x) = \frac{\kappa w \phi_{ab}}{\pi^2 e(w^2 - x^2)}. \qquad (2)$$

Здесь $2w$ – ширина 2D области между металлическими берегами. В пределе $a_b^* \ll w$ приближение (2) хорошо "работает" вдали от точек $x = \pm w$.

Обращаясь к ситуации с квантовым эффектом Холла (КЭХ), выясним сперва, какие части диска удовлетворяют требованию целочисленности фактора заполнения, если 2D система исходно пространственно неоднородна? Известные результаты на эту тему содержатся в серии работ [6–8]. Здесь показано, что при заданной кривизне $n''(0)$ классического распределения электронной плотности в ее экстремальной точке (точке с нулевой первой производной, $n'(0) = 0$), ширина $2a_c$ центрального плато, на котором поддерживается целочисленность фактора заполнения $\nu_i = 1, 2, 3, i...$, оказывается равной

$$n''(0)a_c^2/4 = [\nu(o) - \nu_i]n_H, \qquad n''(0) = d^2n(0)/dx^2, \qquad (3)$$

$$\nu(0) = n(0)/n_H, \qquad n_H^{-1} = \pi l_H^2, \qquad l_H^2 = \frac{c\hbar}{eH}, \qquad (4)$$

H – напряженность магнитного поля, нормального плоскости диска. Ширина $2a_c$ максимальна, когда дополнительная кулоновская энергия, возникающая в связи с деформацией исходной, классической плотности электронов $n(x)$, сравнивается с циклотронной энергией $\hbar\omega_c$. При этом

$$a_{max}^3 = \frac{3\kappa\hbar\omega_c}{\pi e^2 \mid n''(0) \mid}. \qquad (5)$$

Подставляя в определение (5) величину $n''(0)$, следующую из (2), имеем

$$(a_{max}/w)^3 = \frac{3\pi\hbar\omega_c}{2e\phi_{ab}}. \qquad (6)$$

Таким образом, a_{max} заметно меньше w, если $\hbar\omega_c < e\phi_{ab}$.

Не менее важная для дальнейшего информация из [6–8] касается распределения электропотенциала вдоль несжимаемой полосы. Отсылая за деталями к первоисточникам, имеем вслед за [7]

$$e\varphi(x) = -\frac{2\pi e^2}{\kappa}\frac{n''(0)}{6}(a_c^2 - x^2)^{3/2}, \qquad \mid x \mid \leq a_c. \qquad (7)$$

Здесь $2a_c$ – ширина целочисленного канала, определенная выше.

Заканчивая определение необходимых для дальнейшего равновесных характеристик диска Корбино, введем еще возмущение "химической" части $\zeta(x)$ электрохимического потенциала $\mu(x)$, обусловленное наличием $e\varphi(x) \neq 0$. Соответствующая связь возникает из общего требования равновесия в замагниченной 2D системе:

$$\mu(x) = \text{const} = e\varphi(x) + \zeta(x), \qquad (8)$$

и с учетом нулевых асимптотик φ (7) на больших расстояниях от центра полоски дает

$$\zeta(x) = -e\varphi(x). \tag{8a}$$

Кроме центрального плато, возможно существование дополнительных, боковых каналов шириной a_i, также исследованных в [6–8]:

$$a_i^2 \simeq \kappa\hbar\omega_c/e^2 dn(x_i)dx, \quad n_s + \delta n(x_i) = i/\pi l_H^2, \quad i = 2, 3, 4, ... \tag{9}$$

Здесь n_s – средняя плотность 2D системы в отсутствие контактных явлений, $\delta n(x)$ из (2).

Для дальнейшего определим еще полное число полос I в диске. Это определение возникает из требований

$$(w - x_I) \geq a_i, \quad \delta n(x_I) - \delta n(0) = (I-1)/\pi l_H^2,$$

а также предположения, что центральная полоса имеет единичный фактор заполнения. В результате

$$\delta n(x_I) - \delta n(0) = (I-1)/\pi l_H^2, \tag{10}$$

$$2x_I/w = (1-\epsilon) + \sqrt{(1-\epsilon)^2 - 4\epsilon}\ , \quad \epsilon = \hbar\omega_c/2e\phi_{ab}.$$

Ближайшие к металлическим терминалам каналы имеют ширину a_{min}:

$$a_{min}^2 = 2\pi^2 w^2 \epsilon^3. \tag{11}$$

Эта оценка следует из определения (9) в точках $\pm x_I$.

2. Обсуждение влияния контактных явлений на омическую проводимость диска Корбино с внутренним, r_0, и внешним, r_1, радиусами в нормальном его поверхности магнитном поле, поддерживающем электронную 2D систему в состоянии, близком к единичному магнитному фактору заполнения, естественно начать с представления формул, обычно возникающих при расчетах ВАХ диска в условиях КЭХ. Речь идет о связи между полным током J и электрохимическим потенциалом μ:

$$J/2\pi r = e^{-1}\sigma_{rr} d\mu/dr, \quad \mu(r_1) - \mu(r_o) = eV, \tag{12}$$

где σ_{rr} – локальная проводимость 2D системы, V – ведущее напряжение, приложенное к берегам диска. Кроме того, важна структура проводимости σ_{rr}, которая в общем случае не является константой теории. В условиях КЭХ речь идет об известном выражении для σ_{rr} [9–12]:

$$\sigma_{rr} = \sigma_o e^{-\Delta/T} \cosh(\delta\mu/T), \tag{13}$$

причем энергия Ферми (электрохимический потенциал) $\delta\mu$ отсчитывается от середины между уровнями Ландау, а Δ есть энергия активации при нулевом значении $\delta\mu$, T – температура. Приближение (13) имеет смысл при наличии в 2D системе изменений $\delta\mu(r)$ и отсутствии таковых в поведении электропотенциала $\varphi(r)$. Для определенности формула (13) называется ниже "μ-представлением".

Наряду с (13), имеется альтернативное феноменологическое определение проводимости (также обсуждавшееся в [10, 11]):

$$\sigma_{rr} = \sigma_o e^{-\Delta/T} \cosh[(\mu - e\varphi)/T] \equiv \sigma_o e^{-\Delta/T} \cosh[\zeta(r)/T]. \tag{14}$$

Это выражение, называемое ниже "ζ-представлением", учитывает как пространственную зависимость $\mu(x)$, так и возможную координатную зависимость $\varphi(x)$. Обычно формулы (13),(14) используются для учета различных каналов нелинейности в структуре ВАХ (см., например, [10, 11]). Однако, как следует из дальнейшего, эти определения существенны и в омическом режиме.

В сценарии (13) омическая проводимость целочисленного канала однородна по его сечению (ибо в равновесии $\mu = \text{const}$). Поэтому на основании (12), (13) закон Ома для диска Корбино выглядит так:

$$\frac{J}{2\pi\sigma_{rr}}\ln\left(\frac{r_c + a_c}{r_c - a_c}\right) = V, \quad r_c = (r_1 + r_o)/2. \tag{15}$$

Проводимость 2D системы за пределами целочисленного канала считается бесконечно большой.

Следует отметить, что в общем случае не малых V комбинация (12), (13) ведет к нелинейному уравнению, содержащему только $\mu(r)$ и не зависящему от детальных характеристик 2D системы в магнитном поле (например, плотности состояний). Подобное упрощение ВАХ противоречит имеющимся экспериментам [10] и потому ставит под сомнение разумность определения (13). Более реалистично ζ-представление (14). В этом варианте проводимость канала $2a_c$ резко неоднородна по его сечению, и это обстоятельство сказывается на деталях закона Ома для диска Корбино:

$$\frac{J}{2\pi}\int_{r_o}^{r_1}\frac{dr}{r\sigma_{rr}(r)} = V. \tag{16}$$

Очевидно, основное значение интеграла (16) определяется окрестностями перевальных точек, в которых $d\zeta(r)/dr = 0$. Таких точек три. Одна из них, $r_c = (r_o + r_1)/2$, отвечает максимуму $\zeta(r)$, а значит, и максимуму проводимости. Две другие находятся на берегах целочисленного канала, ибо, по определению, в этих точках электропотенциал (7) (а значит, и $\zeta(r)$ из (8а)) имеет нулевые производные, отвечающие его минимумам. Учитывая, что в областях, далеких от концов канала, отношение $e\varphi(r)/T \gg 1$ достаточно велико, можно было бы вычислять интеграл (16) методом перевала (перевальные точки расположены на берегах целочисленного канала). Однако стандартная реализация этой программы наталкивается на технические трудности (коэффициенты в разложении Тэйлора для электропотенциала (7) на берегах целочисленного канала оказываются расходящимися, начиная с квадратичного). Тем не менее, проводимость (11) экспоненциально минимальна в окрестности берегов канала на расстояниях $l_a^{(1)} \ll a_c$, и этим обстоятельством можно воспользоваться для упрощения выражения (16), так что

$$\frac{CJl_a^{(1)}}{2\pi\sigma_o r_c}\exp(\Delta/T) = V, \quad r_c \gg 2a \gg l_a, \tag{17}$$

$$C = 2\int_0^{+\infty}\frac{dx}{\cosh x^{3/2}}, \quad l_a^{(1)} = a_c^{-1}\left(\frac{\kappa T}{4\pi e^2 n''(0)}\right)^{2/3}. \tag{18}$$

Формула (17) содержит новую длину $l_a^{(1)}$, на которой, по существу, происходит основное падение напряжения при протекании транспортного тока в диске Корбино при наличии в нем одного (центрального) канала.

Если параметр $\epsilon \ll 1$ достаточно мал, 2D область диска может содержать несколько каналов и закон Ома принимает вид

$$\frac{J}{2\pi\sigma_o r_c}\exp(\Delta/T)\,[\,l_a^{(1)}+\sum_{i=2}^{i=I} l_a^{(i)}\,] = V, \quad l_a^{(i)} = a_i\frac{T}{\hbar\omega_c}, \quad 2 \le i \le I. \tag{19}$$

Здесь $l_a^{(1)}$ – из (18) , a_i – из (9), I – из (10).

3. Несколько слов об экспериментальной ситуации. К сожалению, автору неизвестны прямые омические измерения на дисках Корбино в условиях КЭХ, содержащие информацию о размерных эффектах и других деталях кондактанса. Эти сведения можно извлечь на качественном уровне, анализируя картину пробоя КЭХ в образцах с геометрией Корбино. При этом, однако, возникает вопрос о систематическом превышении критического напряжения на бергах диска характерной величины $\hbar\omega_c$, начиная с которой любые теории ВАХ демонстрируют появление нелинейных эффектов. Так, например, в недавней публикации [13] диск Корбино из GaAs с 2D плотностью $n_s = 3.7\cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, температурой $T = 1.3$ K и магнитным полем $H = 8.18$ Тл, что отвечает фактору заполнения 2, "пробивается" напряжением $V_c \simeq 500$ мВ. В то же время циклотронная энергия 2D системы $\hbar\omega_c/e \simeq 60$ мВ$\ll V_c$ почти на порядок меньше критической.

Контактные явления решают отмеченный парадокс вполне естественным образом. Дело в том, что при наличии нескольких несжимаемых полос, составляющих последовательную цепь сопротивлений вдоль диска Корбино, падение внешнего напряжения распределяется между всеми каналами, так что на каждый из них приходится не более $\hbar\omega_c/e$. В результате, парадоксальный, на первый взгляд, экспериментальный результат $eV_c/\hbar\omega_c \gg 1$ в действительности (согласно (19)) отражает наличие большого числа целочисленных полос $I \gg 1$ в диске:

$$eV_c/\hbar\omega_c \simeq I \gg 1. \tag{20}$$

Зная I, нетрудно с помощью (10) оценить масштаб $e\phi_{ab}$. В случае [13] речь идет о величине $e\phi_{ab} \simeq 1000$ K.

Таким образом, в работе вычисляется кондактанс диска Корбино в условиях КЭХ при наличии контактных явлений. В результате диск рассекается совокупностью концентрических, несжимаемых полос, каждая из которых способна "выдерживать" без пробоя транспортные напряжения порядка циклотронной частоты. Число полосок определяется отношением $eV_c/\hbar\omega_c$ и обычно оказывается достаточно большим, что свидетельствует о заметной разности работ выхода для 2D системы и контактирующих с ней металлических терминалов. Каждая из полосок проводит крайне неоднородно с максимальным сопротивлением на своих краях в окрестности длин $l_a^{(i)}$. Согласно (18), (19), а также (5), (11), все длины $l_a^{(i)}$ пропорциональны w. Поэтому критическое напряжение в пробое КЭХ должно падать с уменьшением w, что находит свое подтверждение в экспериментах (см., например, [13]).

Автор благодарен В.Ф.Гантмахеру и В.Т.Долгополову за обсуждение полученных результатов. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант #98-02-16640.

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Гостехиздат, Москва, 1957, стр.133.
2. В.Б.Шикин, Письма в ЖЭТФ **65**, 176 (1997).
3. В.Т.Долгополов, А.А.Шашкин, Г.В.Кравченко и др. Письма в ЖЭТФ **63**, 55 (1996).
4. W.Dietsche, K. von Klitzing, and K.Ploog, Surf. Sci **361**, 289 (1996).
5. В.Б.Шикин, Н.И.Шикина, Письма в ЖЭТФ **62**, 879 (1995).
6. D.B.Chklovskii, B.I.Shklovskii, and L.I.Glazman, Phys. Rev. **B46**, 4026 (1992).
7. D.B.Chklovskii, K.F.Matveev, and B.I.Shklovskii, Phys. Rev **B47**, 12605 (1993).
8. D.Chklovskii, P.Lee, Phys. Rev. **B48**, 18060 (1993).
9. М.Г.Гаврилов, И.В.Кукушкин, Письма в ЖЭТФ **43** 79 (1986).
10. А.А.Шашкин, В.Т.Долгополов, С.И.Дорожкин, ЖЭТФ **91**, 1897 (1986).
11. M.I.Dyakonov and F.G.Pikus, Solid St. Comm. **83**, 413 (1992).
12. С.И.Иорданский, Б.А.Музыкантский, ЖЭТФ **103**, 2116 (1993).
13. Z.Liu, G.Nachtwei, J.Gross et al., Phys. Rev. **B58**, 4028 (1998).