

ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ СЛАБОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ СВЕТА В НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ СРЕДЕ

Д.Б.Рогозкин

Московский инженерно-физический институт
115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 октября 1998 г.

После переработки 10 декабря 1998 г.

Показано, что флуктуации интенсивности в спеклах, возникающих при отражении света от неупорядоченных образцов, отрицательно коррелированы, причем, в направлении точно-назад относительная амплитуда корреляций в два раза больше, чем вдали от него.

PACS: 42.25.Bs

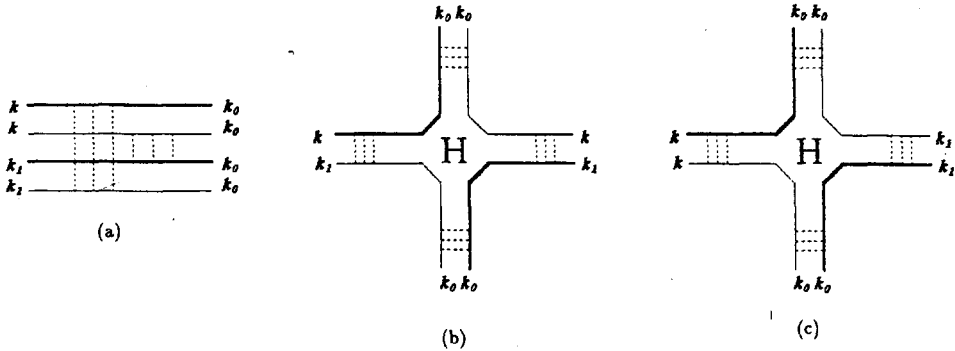
Интерференция волн, распространяющихся навстречу друг другу вдоль одной траектории, приводит к эффекту слабой локализации, который при отражении света от неупорядоченных образцов проявляется в виде когерентного усиления рассеяния назад [1, 2]. Пик когерентного обратного рассеяния наблюдается на фоне спекла – сильно флуктуирующей зависимости интенсивности от угла наблюдения [2, 3]. Спекл возникает вследствие связи значений фазы упруго рассеянных волн со случайным расположением неоднородностей среды. В окрестности направления точно-назад – в конусе когерентного обратного рассеяния – наблюдаются наиболее сильные флуктуации [3].

Одна из главных задач исследования флуктуаций в спеклах — анализ корреляций между различными пятнами в спекле, то есть угловых или межмодовых корреляций. Корреляции такого рода определяются длинными траекториями распространения волн в среде и имеют ту же природу, что универсальные флуктуации электронного кондуктанса малых металлических образцов [4]. Именно они определяют отклонение флуктуаций интенсивности от рэлеевской статистики [5]. В пренебрежении эффектом слабой локализации угловые корреляции наиболее подробно обсуждались для геометрии прохождения [5 – 10] и в меньшей степени для отражения [6, 7, 11]. Корреляции вблизи направления точно-назад, где существенно проявляется слабая локализация, рассматривались только в [7]. Вклад обращенных во времени траекторий оценивался в [7] методом случайных матриц в приближении δ -коррелированных флуктуаций (то есть в пределе $k_0 l \rightarrow \infty$, k_0 – волновое число, l – длина свободного пробега).

В настоящей работе обсуждается проявление интерференции обращенных во времени траекторий в межмодовых корреляциях интенсивности отраженного от неупорядоченных образцов света. Приведены результаты диаграммных вычислений угловой корреляционной функции для случая чисто упругого рассеяния от системы центров малого радиуса. Показано, что при малой разнице между направлениями наблюдения корреляционная функция обратнорассеянной интенсивности имеет провал треугольной формы. Флуктуации в различных пятнах спекла отрицательно коррелированы, причем если хотя бы одно из направлений наблюдения совпадает с направлением точно-назад, амплитуда корреляций удваивается. Эта закономерность

проявляется также и в корреляциях между интенсивностями обратнорассеянного и прошедшего через слой среды излучения.

Для вычисления корреляционной функции $C(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = \langle I(\mathbf{k}|\mathbf{k}_0)I(\mathbf{k}_1|\mathbf{k}_0) \rangle - \langle I(\mathbf{k}|\mathbf{k}_0) \rangle \langle I(\mathbf{k}_1|\mathbf{k}_0) \rangle$ (\mathbf{k}_0 и \mathbf{k}, \mathbf{k}_1 — волновые векторы падающей и обратнорассеянных волн) воспользуемся разложением по кратности интерференции "лестниц" [8]. Такой подход справедлив, если полное число мод распространения $N = k_0^2 A / 4\pi$ (A — площадь поверхности образца) велико, $Nl/L \gg 1$ (L — толщина образца), и одномерной локализации волн не происходит.



Вдали от направления точно-назад ($|\mathbf{k} + \mathbf{k}_0|, |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_0| \gg 1/l, l$ — длина свободного пробега) ведущий вклад в разложение по малому параметру $1/k_0^2 A$ дают диаграммы без обращенных во времени волновых линий (см. рисунок). Несвязанные "лестницы" определяют вклад C_1 (рисунок а), отличный от нуля только при $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1$ [8], $C_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = (4\pi^2/A) \langle I(\mathbf{k}|\mathbf{k}_0) \rangle^2 \delta(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{1\parallel})$, где $\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{k}_{1\parallel}$ — параллельные поверхности компоненты волновых векторов; $C_1(\mathbf{k} = \mathbf{k}_1) = \langle I(\mathbf{k}|\mathbf{k}_0) \rangle^2$.

Корреляции между различными пятнами в спекле определяются значением $C(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ при $\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_1$. В этом случае главный вклад в корреляционную функцию дают две диаграммы, отвечающие однократному взаимодействию "лестниц" (рисунок б, с). Величина H в этих диаграммах — вершина Хиками [12] (см. также [8, 11, 13]). Вклад первой диаграммы, C_2' , является острой функцией \mathbf{k} и \mathbf{k}_1 с характерным масштабом изменения $|\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{1\parallel}| \sim 1/l$. Вклад второй диаграммы, C_2'' , напротив, — плавная функция \mathbf{k} и \mathbf{k}_1 , которую на масштабах изменения C_2'' можно считать постоянной. При $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1$ вклады C_2' и C_2'' равны. Если интересоваться только резким изменением корреляционной функции на масштабах порядка $|\Delta\mathbf{k}_{\parallel}| \sim 1/l$, то можно записать

$$C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = C_2' + C_2'' = C(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{1\parallel}, -\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{k}_{1\parallel}|0, 0) + C(0, 0|0, 0), \quad (1)$$

где через $C(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2|\mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4)$ ($\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3 + \mathbf{q}_4 = 0$) мы обозначили вклад одной корреляционной диаграммы с различными значениями $\Delta\mathbf{k}_{\parallel}$ падающих и обратнорассеянных волн.

В окрестности направления точно-назад ($|\mathbf{k} + \mathbf{k}_0|, |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_0| \leq 1/l$) в дополнение к изображенным на рисунке лестничным диаграммам нужно рассмотреть диаграммы с одной или двумя обращенными во времени волновыми линиями (преобразованию обращения времени отвечает замена на концах волновой линии $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}, \mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}_0$

или $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_1 \rightarrow -\mathbf{k}_0$). Такие диаграммы учитывают эффект слабой локализации [1, 2] — интерференцию волн, распространяющихся по одинаковым траекториям навстречу друг другу.

Величина C_1 в этом случае есть сумма четырех диаграмм [14]. Равенство $C_1(\mathbf{k} = \mathbf{k}_1) = \langle I(\mathbf{k}|\mathbf{k}_0) \rangle^2$ остается справедливым при условии, что средняя интенсивность вычисляется с учетом когерентной составляющей, $\langle I \rangle = \langle I^{inc} + I^c \rangle$.

Корреляционная функция C_2 определяется теперь вкладом шестнадцати диаграмм. К двум рассмотренным (см. рисунок) добавляются восемь диаграмм, возникающих при усреднении комбинации полей с одной обращенной волной, и шесть диаграмм — с двумя обращенными волнами. Это становится ясным, если проанализировать различные вклады в коррелятор $\langle \delta(I^{inc} + I^c)\delta(I^{inc} + I^c)_1 \rangle$. Корреляции некогерентных интенсивностей $\langle \delta I^{inc} \delta I_1^{inc} \rangle$ определяются четырьмя диаграммами: к двум рассмотренным выше добавляются вблизи направления точно-назад еще две диаграммы с попарно обращенными волновыми линиями. Корреляции между некогерентной и когерентной интенсивностями $\langle \delta I^{inc} \delta I_1^c \rangle$ также определяются четырьмя диаграммами. И, наконец, столько же диаграмм дают вклад в коррелятор когерентных интенсивностей $\langle \delta I^c \delta I_1^c \rangle$. В результате получаем

$$\begin{aligned} C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = & C(\mathbf{q}, -\mathbf{q}|0, 0) + C(0, 0|0, 0) + \\ & + 2C^c(\mathbf{q}_0, 0|-\mathbf{q}_0, 0) + 2C^c(-\mathbf{q}_1, -\mathbf{q}|\mathbf{q}_0, 0) + \\ & + 2C^c(\mathbf{q}_1, 0|-\mathbf{q}_1, 0) + 2C^c(-\mathbf{q}_0, \mathbf{q}|\mathbf{q}_1, 0) + 2C^{cc}(-\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1|\mathbf{q}, 0) + \\ & + C^{cc}(0, 0|\mathbf{q}_0, -\mathbf{q}_0) + C^{cc}(-\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_1|0, 0) + 2C^{cc}(-\mathbf{q}_0, -\mathbf{q}_1|\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1), \end{aligned} \quad (2)$$

где C^c и C^{cc} — вклады диаграмм с одной и двумя обращенными волновыми линиями, $\mathbf{q} = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)_\parallel$, $\mathbf{q}_0 = (\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)_\parallel$, $\mathbf{q}_1 = (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_0)_\parallel$. В отсутствие нарушающих T -инвариантность взаимодействий величины C , C^c и C^{cc} различаются только за счет кратности рассеяния (на обращенную линию приходится не менее двух столкновений).

Входящая в (1),(2) функция $C(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2|\mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4)$ быстро убывает с ростом q_i ($i = 1 \dots 4$) на масштабах порядка $q_i \sim 1/l$. Поэтому при $q_0, q_1 \gg 1/l$ из (2) сразу возвращаемся к (1). Из (2) следует также, что коррелятор между значениями интенсивности в конусе когерентного обратного рассеяния ($q_0 < 1/l$) и вдали от него ($q_1 \gg 1/l$) описывается выражением

$$C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = C(0, 0|0, 0) + 2C^c(\mathbf{q}_0, 0|-\mathbf{q}_0, 0) + C^{cc}(0, 0|\mathbf{q}_0, -\mathbf{q}_0). \quad (3)$$

Приведем результаты расчета коррелятора C_2 для случая отражения плоской волны от неупорядоченной системы центров малого радиуса (членами, содержащими малость l/L , будем пренебрегать).

Диаграммы, изображенные на рисунке b, c и аналогичные им с обращенными волновыми линиями, нетрудно вычислить в общем виде с использованием координатно-углового представления и транспортного уравнения для пропагаторов интенсивности. Техника подобных вычислений изложена в [11, 13]. В геометрии отражения существенную роль играют пространственные масштабы порядка длины свободного пробега l , и в связи с этим следует выделить вклад диаграмм, в которых один или два пропагатора соответствуют нерассеянной интенсивности. Эти диаграммы дают вклад того же порядка, что и диаграммы, содержащие многократно рассеянную интенсивность (пренебрежение в вычислениях [6] вкладом нерассеянной интенсивности

приводит к качественно неверным результатам, обсуждение см. в [11, 13]). Что касается интенсивности многократно рассеянного света, то при малых q_i ($q_i \ll 1/l$) для ее вычисления можно воспользоваться диффузионным приближением.

В результате получим, что функция $C(q_1, q_2 | q_3, q_4)$ меняется при $q_i \ll 1/l$ по линейному закону

$$C(q_1, q_2 | q_3, q_4) = \frac{1}{\pi k_0^2 A} \left(-a + \frac{1}{2} (|q_1| + |q_2| + |q_3| + |q_4|) l b \right), \quad (4)$$

где коэффициенты a и b для случая нормального падения и отражения волн равны $a \simeq 3.72$, $b \simeq 19.82$ для диаграмм без обращенных линий [11] и $a^c \simeq 3.33$, $b^c \simeq 18.77$ для диаграмм с одной и $a^{cc} \simeq 2.93$, $b^{cc} \simeq 17.73$ – с двумя обращенными волновыми линиями. Отношение b/a характеризует многократность рассеяния и оказывается максимальным для вклада с двумя обращенными волнами.

Согласно (4), флуктуации отраженного излучения всегда отрицательно коррелированы. Физически это обусловлено сохранением потока излучения при упругом рассеянии. В условии сохранения

$$\langle (\delta R)^2 \rangle = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1} [C_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) + C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) + \dots] = 0, \quad (5)$$

где $\langle (\delta R)^2 \rangle$ — дисперсия полного коэффициента отражения, среди составляющих C_2 основной вклад дает величина C_2'' . Это объясняется плавной зависимостью C_2'' от \mathbf{k} и \mathbf{k}_1 . Из (5), таким образом, следует, что $C_2'' < 0$. Остальные составляющие C_2 совпадают с C_2'' при $q_i = 0$ (с точностью до небольших различий, обусловленных вкладом рассеяния низкой кратности). Тот факт, что в корреляционной функции C_2 в окрестности $q_i = 0$ имеется провал треугольной формы, свидетельствует о преобладающей роли длинных траекторий распространения волн.

В соответствии с (2), (4) коррелятор флуктуаций интенсивности в окрестности направления назад ($q, q_0, q_1 \ll 1/l$) имеет вид

$$C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = \frac{1}{\pi k_0^2 A} \left(-(2a + 8a^c + 6a^{cc}) + ql (b + 2b^c + b^{cc}) + 4(q_0 + q_1)l (b^c + b^{cc}) \right). \quad (6)$$

Угловая зависимость корреляций в равной степени определяется различием в направлениях наблюдения и их отклонением от направления назад.

Интересно, что в то время, как эффект слабой локализации не меняет относительную величину флуктуаций в одном пятне спекл-структуры ($\langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle / \langle I \rangle^2 = 1$ при $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_0$ [14]), он существенно влияет на межмодовые корреляции флуктуаций. Относительная амплитуда корреляций в конусе когерентного обратного рассеяния оказывается приблизительно в два раза больше, чем за его пределами:

$$\frac{C_2(\mathbf{k} = \mathbf{k}_1)}{\langle I(\mathbf{k} | \mathbf{k}_0) \rangle^2} \simeq -\frac{8\pi}{k_0^2 A} \begin{cases} 2, & q_0 = q_1 \ll 1/l \\ 1, & q_0 = q_1 \gg 1/l \end{cases} \quad (7)$$

Если направления \mathbf{k} и \mathbf{k}_1 сильно различаются, то коррелятор перестает зависеть от угла между ними. Амплитуда корреляций в этом случае также удваивается, когда одно из направлений (\mathbf{k} или \mathbf{k}_1) совпадает с направлением назад:

$$\frac{C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)}{\langle I(\mathbf{k} | \mathbf{k}_0) \rangle \langle I(\mathbf{k}_1 | \mathbf{k}_0) \rangle} \simeq -\frac{4\pi}{k_0^2 A} \begin{cases} 2, & q_0 \ll 1/l, q_1 \gg 1/l \\ 1, & q_0, q_1 \gg 1/l \end{cases} \quad (8)$$

Сравним полученные выражения с результатами вычислений методом случайных матриц [7]. В корреляторе, найденном в [7], также можно выделить вклад порядка $1/k_0^2 A$, соответствующий функции C_2 . Поскольку расчеты в [7] выполнены в пределе $k_0 l \rightarrow \infty$ (то есть флуктуации предполагались δ -коррелированными по направлениям), то сравнить мы можем не сами корреляторы C_2 , а только их значения, когда q_i либо велики, либо равны нулю. В трех случаях — $q, q_0, q_1 \gg 1/l$, $q = 0, q_0, q_1 \gg 1/l$ и $q_0 = 0, q, q_1 \gg 1/l$ — наши результаты и [7] согласуются количественно (в пределах точности использованного в [7] приближения). Для рассеяния в направлении точно-назад ($q = q_0 = q_1 = 0$) результаты различаются в полтора раза (в первой строке формулы (7) вместо 2, согласно [7], должно стоять 1.5).

Отметим, что результаты [7] и полученные выше кардинальным образом отличаются от выводов работ [6], в которых рассматривалось отражение вдали от направления назад и были предсказаны положительные корреляции. Выводы [6] противоречат сохранению потока (ошибочность результатов [6] показана в [11, 13]).

Окончательные результаты (7) и (8) остаются справедливыми и в том случае, если на границах среды происходит сильное внутреннее отражение. Исследование многократного рассеяния света в такой системе в последнее время вызывает большой интерес [15]. Внутреннее отражение от границ меняет только явный вид функции $C(q_1, q_2 | q_3, q_4)$. В пределе сильного отражения ($1 - r \ll 1$, r — коэффициент отражения) непосредственное вычисление корреляционной диаграммы приводит к асимптотически точному по большому параметру $(1 - r)^{-1}$ результату

$$C(q_1, q_2 | q_3, q_4) = \frac{4}{\pi k_0^2 A (1 + (4/3)q_1 l / (1 - r)) \dots (1 + (4/3)q_4 l / (1 - r))}. \quad (9)$$

Согласно (9), присутствие внутреннего отражения влияет только на угловой масштаб корреляций и не меняет качественно форму корреляционной функции (в отличие от пространственных корреляций при $1 - r \ll 1$ [16]).

Интересно, что эффект слабой локализации должен проявляться и в корреляциях между значениями интенсивности обратнорассеянного и прошедшего через слой среды излучения. Амплитуда корреляций удваивается, когда направление распространения обратнорассеянной волны совпадает с направлением назад. В рассматриваемой ситуации вклад C_1 отсутствует и ведущим оказывается C_2 , для которого остается справедливой формула (3). Вместо (8) теперь будем иметь (\mathbf{k}_1 относится к прошедшей волне)

$$\frac{C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)}{\langle I(\mathbf{k} | \mathbf{k}_0) \rangle \langle I(\mathbf{k}_1 | \mathbf{k}_0) \rangle} \simeq -\frac{4\pi}{k_0^2 A} \begin{cases} 4/3, & q_0 \ll 1/l \\ 2/3, & q_0 \gg 1/l \end{cases}. \quad (10)$$

Отрицательный знак корреляций диктуется условием сохранения потока, которое в данном случае выглядит так:

$$\langle \delta R \delta T \rangle = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1} [C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) + \dots] = - \langle (\delta T)^2 \rangle,$$

где $\langle (\delta T)^2 \rangle$ — дисперсия коэффициента прохождения.

В заключение укажем, как особенности корреляций отражаются на функции распределения интенсивности $P(I)$. Согласно [5], благодаря эффекту корреляций полная функция распределения $P(I)$ должна отклоняться от рэлеевского закона $P_R(I) = (1 / \langle I \rangle) \exp(-I / \langle I \rangle)$ ($\langle I \rangle$ — средняя интенсивность в данном

направлении). Характер отклонения определяется значением $C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k})$ и для случая отрицательных корреляций описывается формулой [11]

$$\frac{P(I)}{P_R(I)} \simeq \exp\left(-\frac{I^2}{4 \langle I \rangle^4} |C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k})|\right). \quad (11)$$

При прохождении [5] и отражении [11] отклонения от закона Рэлея имеют противоположные знаки. Сохранение потока, приводящее к эффекту отрицательной корреляции, подавляет сильные флуктуации интенсивности отраженного излучения. Поскольку отношение $C_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}) / \langle I \rangle^2$ для направления точно-назад оказывается в два раза больше, чем вдали от него, отклонение флуктуаций в конусе когерентного обратного рассеяния от рэлеевской статистики выражено сильнее.

Автор пользуется возможностью поблагодарить Е.Е.Городничева и А.И.Кузовлева за интерес к работе и ценные советы. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-17518) и Министерства общего и профессионального образования РФ (проект 95-0-5.4-137).

-
1. Yu.N.Barabanenkov, Yu.A.Kravtsov, V.D.Ozrin, and A.I.Saichev, *Progress in Optics* **29**, 65 (1991).
 2. В.Л.Кузьмин, В.П.Романов, *УФН* **166**, 247 (1996).
 3. S.Etemad, R.Thompson, and M.J.Andrejco, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 575 (1986); M.Kaveh, M.Rosenbluh, I.Edrei, and I.Freund, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2049 (1986).
 4. R.Berkovits and S.Feng, *Phys.Rep.* **238**, 135 (1994).
 5. E.Kogan, M.Kaveh, R.Baumgartner, and R.Berkovits, *Phys. Rev.* **B48**, 9404 (1993); Th.M.Nieuwenhuizen and M.C.W. van Rossum, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2674 (1995).
 6. M.J.Stephen and G.Cwillich, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 285 (1987); L.Wang and S.Feng, *Phys. Rev.* **B40** 8284 (1989).
 7. P.A.Mello, E.Akkermans, and B.Shapiro, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 459 (1988).
 8. S.Feng, C.Kane, P.A.Lee, and A.D.Stone, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 834 (1988).
 9. M.C.W. van Rossum and Th.M.Nieuwenhuizen, *Phys. Lett.* **A177**, 452 (1993); M.C.W. van Rossum, J.F. de Boer, and Th.M.Nieuwenhuizen, *Phys.Rev.* **E52**, 2053 (1995).
 10. A.Z.Genack and N.Garcia, *Europhys.Lett.* **21**, 753 (1993); J.F. de Boer, M.P. van Albada, Th.M. Nieuwenhuizen et al., *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2567 (1994); M.Stoitchev and A.Z.Genack, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 309 (1997).
 11. D.B.Rogozkin, *Phys. Lett.* **A236**, 159 (1997).
 12. S.Hikami, *Phys. Rev.* **B24**, 2671 (1981).
 13. Д.В.Рогозкин, М.Ю.Черкасов, *Письма в ЖЭТФ* **58**, 608 (1993); *Phys. Rev.* **B51**, 12256 (1995).
 14. R.Berkovits and M.Kaveh, *Phys.Rev.* **B41**, 2635 (1990).
 15. J.H.Li and A.Z.Genack, *Phys.Rev.* **E49**, 4530 (1994); E.Amic, Th.M.Nieuwenhuizen, and J.M.Luck, *J.Phys.* **A29**, 4915 (1996).
 16. Л.В.Королев, Д.В.Рогозкин, *ЖЭТФ* **113**, 291 (1998).