

КИНЕТИКА ОБРАЗОВАНИЯ МЮОНИЯ В ЖИДКОМ ГЕЛИИ

Е.Л.Косарев¹⁾, Е.П.Красноперов*²⁾

Институт физических проблем им.П.Л.Капицы, РАН
117334 Москва, Россия

* РИЦ Курчатовский институт
123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 декабря 1998 г.

После переработки 11 января 1999 г.

С использованием нового алгоритма восстановления вероятности образования мюония (Mu) определено пространственное распределение электрон - мюонных пар в сверхтекучем гелии (He-II). Показано, что из-за наличия щели в спектре возбуждений He-II с уменьшением температуры увеличивается время термализации мюонов и вторичных электронов. Это приводит к увеличению среднего расстояния в электрон - мюонных парах и, соответственно, к замедлению скорости образования мюония.

PACS: 02.50.Rj, 36.10.Dr, 67.40.Fd

1. Известно, что атом мюония $Mu = \mu^+ + e^-$ в жидком гелии образуется при рекомбинации мюона и электрона трека [1, 2]. Положительно заряженная частица в гелии формирует ледышку с присоединенной массой $M_+ \simeq 50$ атомов гелия, а электрон локализован в полости, гидродинамическая масса которой равна примерно $M_- \simeq 200$ атомов гелия (см. обзор [3], а также [4]). Из-за больших масс времена сближения зарядов и формирования Mu в жидком гелии оказываются существенно большими по сравнению с другими веществами. В простейшей модели [5, 6] взаимодействие мюона и электрона трека считается кулоновским и рассматривается вязкий режим сближения $dv/dt \simeq 0$ с суммарной взаимной подвижностью обоих зарядов $b = b_+ + b_-$. В постоянном электрическом поле вязкое движение

$$dr/dt = -b \cdot \nabla \phi \quad (1)$$

(здесь ϕ – потенциал взаимодействия) устанавливается через время $\tau_v = Mb/e$, называемое временем релаксации скорости. Для кулоновского поля движение можно принять вязким, если за время τ_v относительное изменение поля $\Delta E/E = 2v\tau_v/r = 2b^2M/r^3$ мало. Электрическое поле, разрушающее образование мюония, составляет $E_c = 50 - 100$ В/см при низких температурах [7]. Это соответствует расстояниям $r > (e/E_c)^{1/2}$ и для 10% точности дает верхнюю оценку подвижности $b \simeq 5 \div 15$ см²/В·с. Учитывая, что время формирования Mu на несколько порядков больше τ_v , до температур 0.7 – 0.8 К описание сближения зарядов уравнением (1) вполне приемлемо. Эти оценочные соображения подтверждаются сравнением результатов прямого расчета времени сближения зарядов как на основе уравнения (1), так и на основе полных уравнений движения: отличие не превосходит нескольких процентов при температуре 0.7 К, а при повышении температуры отличие еще меньше.

¹⁾ e-mail: kosarev@kapitza.ras.ru

²⁾ e-mail: kep@isssph.kiae.ru

Для гауссового пространственного распределения зарядов функция поляризации оказывается близкой к $\exp(-kt)$ [6], что часто оправдывает описание формирования мюония кинетическим уравнением первого порядка, характерным для химических реакций [8]. В сверхтекучем гелии традиционный подход оказывается неудовлетворительным по следующей причине. Если в уравнении вязкого сближения зарядов (1) вместо времени t ввести новую независимую переменную $t^* = bt$, то из уравнения исчезает подвижность и, соответственно, функция поляризации должна была быть универсальной для всех температур.

Однако в эксперименте [1] показано, что для наилучшей аппроксимации функции мюонной поляризации $P(t)$ требуется по меньшей мере две экспоненты, соотношение между амплитудами которых зависит от температуры. Фактически функция $P(t^*)$ меняет свою форму при изменении температуры и поэтому не является универсальной.

Обозначим вероятность образования мюония в функции времени через $n(t)$. Поскольку при образовании мюония половина поляризации (в S -состоянии) не наблюдается, то в нулевом магнитном поле мюонную поляризацию можно записать в виде суммы двух интегралов,

$$P_{Mu}(t) = \frac{1}{2} \int_0^t n(t') dt' + \int_t^\infty n(t') dt', \quad (2)$$

которые имеют наглядный физический смысл. Первый интеграл относится к атомам мюония в триплетном состоянии ($\uparrow\uparrow$), образовавшихся к моменту времени t , а второй интеграл соответствует свободным мюонам, еще не рекомбинировавшим в атомы мюония.

Рассмотрим теперь слабое поперечное магнитное поле, такое, что поворотом свободного мюонного спина за время его жизни можно пренебречь. Типично для жидкого гелия $H \leq 0.4$ Э. Спины атомов мюония, образовавшиеся в момент времени t' , начнут прецессировать с частотой Ω_{Mu} и с задержкой по фазе $\Omega_{Mu}t'$, и функция поляризации будет иметь два слагаемых

$$P(t) = \frac{1}{2} \int_0^t n(t') \cos \Omega_{Mu}(t - t') dt' + \int_t^\infty n(t') dt', \quad (3)$$

где первое слагаемое описывает прецессию спинов Mu на ларморовской частоте Ω_{Mu} и с задержкой t' , а второе – свободные мюоны, у которых направление спинов остается практически неизменным из-за малости магнитного поля.

Основная информация о $P(t)$ обычно извлекается путем приближения гистограммы позитронных счетчиков модельной функцией поляризации [8]. Истинный же вид функции $P(t)$ и, соответственно, $n(t)$ остается неизвестным. В данной работе используется новый алгоритм определения функции $n(t)$ решением интегрального уравнения (3) с помощью пакета программ восстановления сигналов RECOVERY [9]. Подробное описание предельных возможностей этого комплекса можно найти в работе [10].

2. В μSR экспериментах непосредственно измеряемой величиной является, так называемая, гистограмма $N(t)$:

$$N(t) = N_0[1 - A_0 \cdot P(t)]e^{-t/t_\mu} + B, \quad (4)$$

фактически определяющая во времени число позитронов, которые возникают при распаде положительного мюона. В этой формуле $t_\mu = 2.197 \cdot 10^{-6}$ с – время жизни мюона, величина N_0 пропорциональна интенсивности пучка мюонов, A_0 называется коэффициентом начальной асимметрии, B есть фон случайных совпадений. Функция поляризации $P(t)$, входящая в уравнение (4), может быть определена из гистограммы $N(t)$ только после определения численных значений параметров N_0, B и A_0 . При температуре ниже 1.35 К время образования мюония существенно меньше длительности гистограммы. Поэтому для определения этих параметров можно использовать простой способ. Когда процесс образования атомов мюония завершается, уравнение для гистограммы имеет вид

$$N_1(t) = [A + C \cos(\Omega_{Mu}t) + D \sin(\Omega_{Mu}t)]e^{-t/t_\mu} + B. \quad (5)$$

Параметры A, B, C и D определяются минимизацией величины

$$\chi^2 = \sum_{t_i > t_0} \frac{[N(t_i) - N_1(t_i)]^2}{N(t_i)}. \quad (6)$$

В этой формуле учтено, что экспериментальные данные $N(t)$ имеют пуассоновское распределение.

После определения параметров A, B, C и D вычисляются N_0 и асимметрия A_0 по формулам

$$N_0 = A \exp(t_0/t_\mu), \quad A_{Mu} = \sqrt{C^2 + D^2}, \quad A_0 = \frac{A_{Mu}}{A}. \quad (7)$$

Теперь, зная все константы в формуле (4), можно ее обратить и вычислить нормированную поляризацию

$$P(t) = \frac{\hat{P}(t)}{\hat{P}(0)}, \quad (8)$$

где нормировочная постоянная $\hat{P}(0)$ есть оценка значения функции $\hat{P}(t)$ в момент времени $t = 0$, полученная с помощью программы оптимальной фильтрации [11] по небольшому числу ее начальных значений. На рис.1 изображена исходная гистограмма $N(t)$ при $T = 0.7$ К и функция $P(t)$. Как видно из этого рисунка, поляризация $P(t)$ от начального значения $P(0) \simeq 1$ постепенно выходит на режим однородной прецессии между крайними значениями амплитуд $+1/2$ и $-1/2$. Это соответствует факту, отмеченному в начале статьи, что после образования мюония наблюдается только половина первоначальной поляризации [8].

На рис.1 видно отчетливо, что уровень шума функции $P(t)$ увеличивается с ростом t . Определим уровень шума, исходя из того, что гистограмма $N(t)$ имеет пуассоновское распределение, при котором $\text{var}[N(t)] = N(t)$. Считая приближенно, что $N(t) \approx N_0 e^{-t/t_\mu}$ из формулы (8) получим

$$\text{var}[P(t)] \approx \frac{1}{A_0^2 N(t) (\hat{P}(0))^2} \approx \frac{1}{4A_0^2 N(t)}. \quad (9)$$

Формула (9) для оценки уровня шума в функции $P(t)$ используется в алгоритме, рассмотренном в настоящей статье.

Заметим, что коэффициенты в выражении (4) можно найти и традиционным способом, принятым в μSR , с помощью параметрической аппроксимации функции

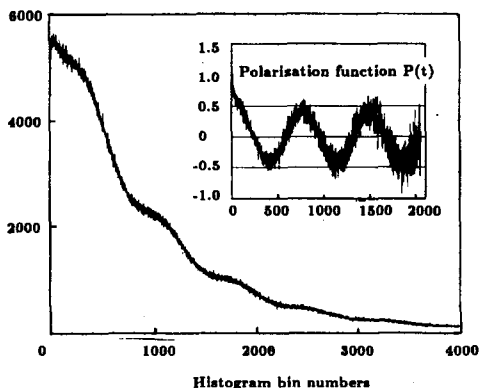


Рис.1. Гистограмма $N(t)$ и функция $P(t)$ прецессии мюония в магнитном поле $H = 0.4$ Гс и температуре жидкого гелия $T = 0.7$ К. Ширина канала 2.5 нс

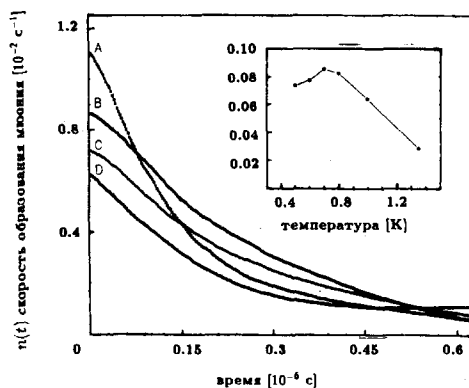


Рис.2. Скорости образования мюония $n(t)$ при различных температурах: A: $T = 0.5$ К; B: $T = 0.8$ К; C: $T = 1$ К; D: $T = 1.35$ К. Во вставке изображена температурная зависимость амплитуды мюониевой прецессии A_{Mu} , вычисленная по формулам (7)

$P(t)$ (для гелия, по крайней мере, двумя экспонентами). Однако этот способ может быть успешно использован только при наличии достоверной физической информации о виде функций $n(t)$ и, соответственно, $P(t)$. Когда же целью является именно анализ этих функций, более адекватным будет непараметрический подход.

Уравнение (3) может быть записано в следующей эквивалентной форме:

$$P_1(t) = \int_0^t n(t') \left[\frac{\cos \Omega_{Mu}(t-t')}{2} - 1 \right] dt', \quad (10)$$

где $P_1(t) = P(t) - 1$. Уравнение (10) представляет собой интегральное уравнение 1 рода Вольтерра типа свертки для определения неотрицательной функции $n(t)$ по входным данным $P_1(t)$ с ядром $K(t-t')$, определяемым выражением в квадратных скобках формулы (10).

Введением модифицированного ядра $K_1(t-t')$ по формуле

$$K_1(t-t') = \begin{cases} K(t-t'), & t' \leq t, \\ 0, & t' > t, \end{cases} \quad (11)$$

уравнение (10) сводится к интегральному уравнению Фредгольма с фиксированными пределами интегрирования, которое решается с помощью программы DCONV2 из комплекса RECOVERY.

Анализ погрешностей и примеры восстановления модельных функций, выполненные в работе [12], показали, что метод обеспечивает среднюю погрешность в функции $n(t)$ менее 2% при полной статистике гистограммы $\sim 6 \cdot 10^6$ событий.

3. Результаты восстановления функции $n(t)$ из гистограмм прецессии мюония в поле $H = 0.4$ Э представлены на рис.2. С понижением температуры возрастает скорость рекомбинации на начальном отрезке $t < 0.3$ мкс, а на больших временах ($t > 0.5$ мкс) скорость тем меньше, чем ниже температура. При $T = 0.7$ К практически весь процесс рекомбинации заканчивается на начальном интервале. При дальнейшем понижении температуры опять появляется длительная компонента, хотя $n(0)$

по-прежнему растет. Здесь наиболее ярко проявляется немонотонное изменение с температурой вида функции $n(t)$. Построив $n(t)$ в логарифмических координатах, можно убедиться, что скорость рекомбинации не является простой экспонентой. О немонотонном характере температурной зависимости $n(t)$ свидетельствуют вычисленные по формуле (7) значения A_{Mu} , которые показаны на вставке на рис.2. Эти значения практически совпадают с результатами работы [5].

Введем функцию плотности начального пространственного распределения мюон-электронных пар $W(r)$. В задаче о вязком сближении частиц начальное радиальное распределение пар отвечает условию, что процесс термализации ионизованных частиц завершился и их вектор скорости $V = -b\nabla\phi$ установился по линии электрического поля. Если для простоты пренебречь пространственной асимметрией функции распределения $W(r)$, обнаруженной в [7], то вместо (2) поляризацию можно записать в виде

$$P(t) = 1 - 2\pi \int_0^{r(t)} W(\xi)\xi^2 d\xi. \quad (12)$$

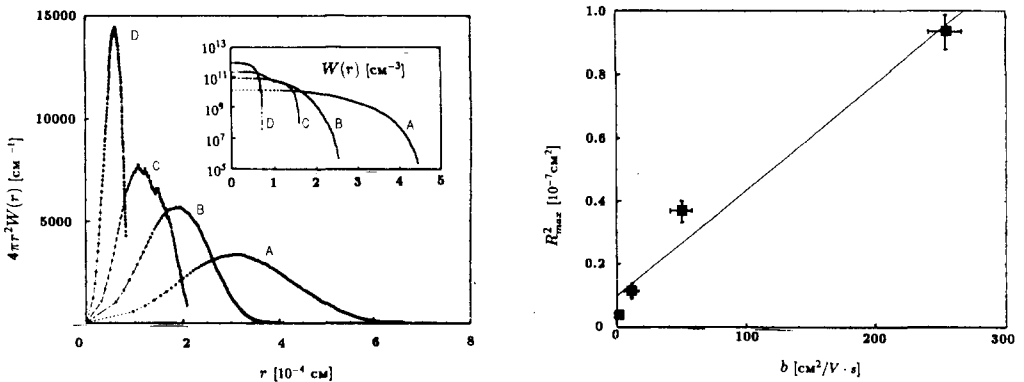


Рис.3 Функции радиального распределение расстояний $4\pi r^2 \cdot W(r)$ между мюоном и электроном при различных температурах. A: $T = 0.7K$; B: $T = 0.8K$; C: $T = 1K$; D: $T = 1.35K$. Во вставке изображена функция $W(r)$ в логарифмическом масштабе для тех же температур, что и на основном графике. По оси абсцисс на обоих графиках отложено расстояние в единицах 10^{-4} см

Рис.4. Зависимость квадрата среднего разлета мюон-электронных пар от взаимной подвижности

Учитывая, что $dP/dt = V \cdot dP/dr$, из (1) и (12) легко найти связь между вероятностью рекомбинации и плотностью начального распределения пар:

$$n(t) = 4\pi beW(r)r^2 \cdot V. \quad (13)$$

В этой формуле принято, что для чисто кулоновского притяжения скорость движения равна $V = eb/r^2$ и соответствующее время рекомбинации пар с расстояния r равно $t = r^3/3be$. На рис.3 показаны функции $W(r)$ для разных температур, $0.7K \leq T \leq 1.35K$. Видно, что с понижением температуры среднее расстояние между частицами и его дисперсия увеличиваются. В обычном конденсате термализация частиц за счет упругих столкновений (фононы) завершается за времена $10^{-12} \div 10^{-10}$ с. В спектре возбуждений сверхтекучего гелия имеется щель порядка $\delta = 8K$ [13], которая приводит к аномально большой подвижности примесных

частиц. Когда кинетическая энергия зарядов становится менее 8 К, резко падает вероятность рассеяния и время релаксации скорости τ_v возрастает. Это, очевидно, приводит к увеличению среднего расстояния между мюоном и электроном с понижением температуры. Полагая, что до момента установления вязкого сближения примесные частицы движутся со скоростью, близкой к критической скорости Ландау, $V_L \approx 60$ м/с [13], порядок величины дополнительного разлета составляет $R \approx V_L \cdot \tau_v$.

Анализ показывает, что характер разлета является более сложным. На рис.4 построена зависимость квадрата положения максимума функции распределения R_{max}^2 от соответствующей данной температуре взаимной подвижности мюона и электрона. Легко видеть, что это с хорошей точностью линейная зависимость $R_{max}^2 \propto b$. Поскольку подвижность b пропорциональна τ_v , то эта зависимость отражает случайный диффузионный характер низкотемпературной термализации зарядов. При температурах ниже 0.7 К разлет частиц становится столь большим, что часть из них оказывается за пределами радиуса Онзагера $r_c = e^2/\epsilon k_B T$, где ϵ – диэлектрическая проницаемость, k_B – постоянная Больцмана. Вероятность рекомбинации этих мюон-электронных пар мала, и в результате появляется свободная (мюонная) фракция.

Хотя, как видно из рис.2, начальная скорость формирования мюония увеличивается с понижением температуры, полная мюониевая асимметрия падает. Снижение A_{60} ниже 0.7 К обусловлено тем, что время ее формирования составляет $\tau_{60} \approx (\gamma_{60} H)^{-1} \approx 0.2$ мкс. В этом промежутке $n(0)$ увеличивается, но интеграл

$$A_{60} = \int_0^{\tau_{Mu}} n(t) dt$$

уменьшается с понижением температуры [5].

Таким образом, прямое восстановление скорости образования мюония в сверхтекучем гелии показывает, что отсутствие универсального характера функции $P(t)$ при изменении температуры (ее скейлинга) связано с увеличением среднего расстояния между частицами в мюон-электронных парах в процессе релаксации скорости.

Авторы признательны С.С.Зуеву и В.П.Жигулину за помощь в вычислениях. Работа частично выполнена в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований 98-02-16430.

-
1. Е.П.Красноперов, В.Г.Сторчак, С.Г.Барсов и др., Письма в ЖЭТФ **42**, 263 (1985).
 2. D.C.Walker, Materials Science Forum **255-257**, 124 (1997).
 3. В.В.Шикин, УФН **121**, 457 (1977).
 4. В.Н.Есельсон, В.Г.Иванцов, В.А.Коваль и др., *Свойства жидкого и твердого гелия. Растворы ^3He – ^4He* . Спр. под ред. В.Н.Есельсона. Киев, "Наук. Думка", 1982, стр.123.
 5. Р.Абела, Д.Герлах, Е.П.Красноперов и др., Письма в ЖЭТФ **57**, 154 (1993).
 6. F.M.Jacobsen, Hypofine Interactions **32**, 501 (1986).
 7. E.Krasnoperov, E.E.Meilikhov, D.Eschenko, et al., Hypofine Interactions **87**, 1011 (1994).
 8. В.П.Смилга, Ю.М.Белоусов, *Мюонный метод исследования вещества*, М.: "Наука", 1991.
 9. V.I.Gelfgat, E.L.Kosarev, and E.R.Podolyak, Computer Phys. Commun. **74**, 335 (1993).
 10. E.L.Kosarev, Inverse Problems **6**, 55 (1990).
 11. E.L.Kosarev, E.Pantos, J. Phys. E.: Sci. Instrum. **16**, 537 (1983).
 12. E.L.Kosarev and E.P.Krasnoperov, *A new calculation technique of Muonium formation rate*. Докл. на межд. конф. "Modern Trends in Computation Physics", Дубна, июнь 1998.
 13. Е.М.Лифшиц и Л.П.Питаевский, *Статистическая физика, ч.2, Теория конденсированного состояния*, М.: Наука, 1978.