Письма в ЖЭТФ, том 69, вып.4, стр.318 - 322

ЧЕРЕНКОВСКИЙ ЗАХВАТ ВОЛН И ДИСКРЕТНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ 6π-КИНКОВ В ДЛИННОМ ДЖОЗЕФСОНОВСКОМ ПЕРЕХОДЕ

А.С.Малишевский[1], *В.П.Силин, С.А.Урюпин*

Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН

117924, Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 января 1999 г.

После переработки 21 января 1999 г.

С помощью аналитически решаемой модели установлено явление черенковского захвата обобщенных волн Свихарта движущимся вихрем. Дискретизация структуры поля захваченных волн проявляется в дискретности значений скорости движения вихрей.

PACS: 74.50.+r, 74.76.-w

В обычном модельном описании стационарно движущихся вихрей в длинном джозефсоновском переходе (ДП), основанном на использовании бездиссипативного уравнения синус-Гордона, 6π-кинки не возникают [1]. В то же время, эксперимент давно привлекает внимание теоретиков к поиску мультикинковых структур [2]. В этой связи представляется важным изучение вихрей в ДП в рамках теории, в которой не делается обычной для локальной джозефсоновской электродинамики замены функции Макдональда $K_0(|z|/\lambda)$ на дельта-функцию $\delta(z)$ (см., например, [3]). Учет эффектов, обусловленных конечной величиной лондоновской длины λ, составляет предмет нашего сообщения. Указание на существование 6π-кинка в ДП можно видеть в результатах численного исследования модели с "синусной" нелинейностью, во-первых, обобщающей модель синус-Гордона учетом четвертой пространственной производной [4], во-вторых, с учетом точного нелокального ядра в виде функции Макдональда $K_0(|z|/\lambda)$ [5]. При этом в [4] был получен монотонный 6π-кинк, стационарно движущийся с вполне определенной скоростью, а в [5] для монотонно зависящего от координаты 6π-кинка построен график зависимости его скорости от λ. В [5] был поставлен и оставлен открытым вопрос о существовании 6π-кинков более сложной (немонотонной) структуры. Ниже показано, что учет эффектов, связанных с конечной величиной λ, во-первых, дает описание набора стационарно движущихся 6π-кинков в длинном ДП, во-вторых, позволяет установить определяющую роль захвата кинком черенковского излучения обобщенных волн Свихарта, в-третьих, указывает на связь дискретных значений скорости движения кинков с, вообще говоря, немонотонной структурой 6π-кинков.

Воспользуемся уравнением для разности фаз куперовских пар по разные стороны ДП $\varphi(z,t) = \psi(z - vt) = \psi(\zeta)$, отвечающей бегущей с постоянной скоростью v вихревой структуре [3, 6, 7]:

$$F(\psi) + \frac{v^2}{\omega_j^2}\frac{d^2\psi}{d\zeta^2} - \frac{l}{\pi}\frac{d}{d\zeta}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\zeta' K_0\left(\frac{|\zeta-\zeta'|}{\lambda}\right)\frac{d\varphi}{d\zeta'} = 0, \qquad (1)$$

[1] e-mail: malish@sci.lebedev.ru

где ω_j – джозефсоновская частота, $l = \lambda_j^2/\lambda$, а λ_j – джозефсоновская длина. В отличие от работ [4, 5], использовавших $F(\psi) = \sin\psi$, ниже с целью установления физических свойств 6π-кинков воспользуемся аналитически решаемой моделью работ [8, 9] и примем

$$F(\psi) = \psi(\zeta) - 2\pi I\left[\frac{\psi(\zeta)}{2\pi} + \frac{1}{2}\right], \tag{2}$$

где $I[x]$ – целая часть числа x. Заметим, что такая зависимость плотности тока Джозефсона от разности фаз возможна при низких температурах (см. рис. 10 работы [10]).

Следуя предписаниям работ [8, 9] (см. также [11, 12]), принимаем для 6π-кинка: $\psi(-\infty) = 0$, $\psi(-\zeta_1) = \pi$, $\psi(0) = 3\pi$, $\psi(+\zeta_1) = 5\pi$, $\psi(+\infty) = 6\pi$. Тогда $I\left[(\psi/2\pi) + 1/2\right] = \theta(\zeta+\zeta_1) + \theta(\zeta) + \theta(\zeta-\zeta_1)$, где $\theta(\zeta) = 0$, $\zeta < 0$; $\theta(0) = 1/2$; $\theta(\zeta) = 1$, $\zeta > 0$. При этом, согласно [8, 9, 11, 12], решение уравнения (1) получается непосредственно с помощью преобразования Фурье. Поэтому имеем

$$\begin{gathered}\psi(\zeta) = 3\pi + [\pi - f(\zeta+\zeta_1)]\,\mathrm{sign}(\zeta+\zeta_1) + \\ + [\pi - f(\zeta)]\,\mathrm{sign}\zeta + [\pi - f(\zeta-\zeta_1)]\,\mathrm{sign}(\zeta-\zeta_1) + \\ + 2C\left\{\cos[k_0(\zeta+\zeta_1)]\theta(-\zeta-\zeta_1) + \cos[k_0\zeta]\theta(-\zeta) + \cos[k_0(\zeta-\zeta_1)]\theta(-\zeta+\zeta_1)\right\}.\end{gathered} \tag{3}$$

Здесь $\mathrm{sign}\zeta = +1$, $\zeta > 0$; 0, $\zeta = 0$; -1, $\zeta < 0$, что отвечает свойствам преобразования Фурье, а

$$C = \frac{2(1+\lambda^2k_0^2)^{3/2}}{\lambda_j^2k_0^2[2(v/v_s)^2(1+\lambda^2k_0^2)^{3/2} - 2 - \lambda^2k_0^2]},$$

$$f(\zeta) = \frac{2(1-\lambda^2k_1^2)^{3/2}\exp(-k_1|\zeta|)}{\lambda_j^2k_1^2[2 - \lambda^2k_1^2 - 2(v/v_s)^2(1-\lambda^2k_1^2)^{3/2}]} + $$

$$+ \frac{2\lambda^2}{\lambda_j^2}\int\limits_1^\infty \frac{dr\,r\sqrt{r^2-1}\exp(-r|\zeta|/\lambda)}{r^4 + (r^2-1)[(\lambda/\lambda_j)^2 + (vr/v_s)^2]^2},$$

где $v_s = \omega_j\lambda_j$ – скорость Свихарта. Наконец, k_0 – действительный корень уравнения

$$\omega^2(k) = \omega_j^2[1 + K(k)] \equiv \omega_j^2\left[1 + \frac{lk^2}{\sqrt{k^2+\lambda^{-2}}}\right] = v^2k^2, \tag{4}$$

а k_1 – модуль мнимого корня этого уравнения. Подчеркнем, что уравнение (4) для действительных k представляет собой условие черенковского возбуждения обобщенных волн Свихарта со спектром $\omega(k)$ источником, который равномерно движется со скоростью v (см. [13, 14]).

Имея в виду использованное выше определение точек $\zeta = 0$ и $\zeta = \pm\zeta_1$, из (3) получаем следующие два условия:

$$\cos k_0\zeta_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \zeta_1 = \pi\left(n + \frac{1}{2} + (-1)^n\frac{1}{6}\right)[k_0(v)]^{-1}, \quad n = 0, 1, 2\ldots, \tag{5}$$

$$f(\zeta_1) + f(2\zeta_1) = C. \tag{6}$$

Последние два уравнения определяют дискретный спектр $v(n)$ скоростей 6π-кинков и дискретные значения $\zeta_1(n)$.

При учете (5) слагаемое формулы (3), пропорциональное $2C$, принимает вид

$$C\left[Z_1(\zeta)\cos k_0\zeta+(-1)^n\sqrt{3}Z_2(\zeta)\sin k_0\zeta\right], \tag{7}$$

где $Z_1(\zeta)=-\theta(-\zeta-\zeta_1)+2\theta(-\zeta)-\theta(-\zeta+\zeta_1)$, $Z_2(\zeta)=-\theta(-\zeta-\zeta_1)+\theta(-\zeta+\zeta_1)$. Выражение (7) отлично от нуля в области $-\zeta_1<\zeta<\zeta_1$. Оно описывает поле обобщенных волн Свихарта, излученных 6π-кинком и захваченных им в своем движении. При этом как размер $2\zeta_1(n)$ области захвата, так и длина волны $2\pi/k_0(v(n))$ захваченных волн определяются номером n соответствующей моды 6π-кинка. Полученные на основании уравнений (5), (6) аналитические закономерности движения 6π-кинков в определенном плане примыкают к результатам численного исследования дискретной модели [15], обнаружившего дискретность скоростей кинков в связи с их структурой.

Остановимся на некоторых простых следствиях уравнений (5), (6). Будем считать выполненным условие $\lambda\ll\lambda_j$. Прежде всего рассмотрим случай скорости v, близкой к скорости Свихарта, когда $\gamma^2=1-(v/v_s)^2\ll 1$ и когда $k_0(v)=$ $=\lambda^{-1}[\gamma^2+\sqrt{\gamma^4+2\lambda^2/\lambda_j^2}]^{1/2}$, $k_1(v)=\lambda^{-1}[-\gamma^2+\sqrt{\gamma^4+2\lambda^2/\lambda_j^2}]^{1/2}$. При этом уравнение (6) сводится к следующему:

$$x_n^2=\exp\left\{-2\pi\left(n+\frac{1}{2}+(-1)^n\frac{1}{6}\right)x_n\right\}+\exp\left\{-\pi\left(n+\frac{1}{2}+(-1)^n\frac{1}{6}\right)x_n\right\},$$

где $x_n\equiv k_1/k_0$. Соответственно этому для формулы (3) имеем

$$C=\frac{x_n^2}{1+x_n^2},\quad k_0(v(n))=\frac{2^{1/4}}{\sqrt{x_n\lambda\lambda_j}},\quad f_n(\zeta)=\frac{1}{1+x_n^2}\exp\left\{-|\zeta|\sqrt{\frac{\sqrt{2}x_n}{\lambda\lambda_j}}\right\}, \tag{8}$$

а для дискретной скорости $v(n)$ и ширины области захвата имеем

$$\frac{v^2}{v_s^2}=\frac{v^2(n)}{v_s^2}=1-\frac{1-x_n^2}{\sqrt{2}x_n}\frac{\lambda}{\lambda_j},\quad 2\zeta(n)=2^{3/4}\pi\left(n+\frac{1}{2}+(-1)^n\frac{1}{6}\right)\sqrt{x_n}\sqrt{\lambda\lambda_j}. \tag{9}$$

Характерный масштаб пространственного изменения неосциллирующей части решения (3) составляет $\sim\sqrt{\lambda\lambda_j/x_n}$, а период захваченных волн $\sim\sqrt{\lambda\lambda_j x_n}$. Для первых мод 6π-кинка имеем: $x_0=0.603$, $x_1=0.434$, $x_2=0.298$, $x_3=0.262$, $x_4=0.213$, $x_5=0.196$, а для высоких мод ($n\gg 1$) имеем $x_n=(2/\pi)\left[n+(1/2)+(-1)^n(1/6)\right]^{-1}\ln\left\{(\pi/2)\left[n+(1/2)+(-1)^n(1/6)\right]\right\}$. Следовательно, для высоких мод область захвата велика по сравнению с длиной волны захваченных волн.

В пределе очень высоких мод скорость 6π-кинка оказывается значительно отличающейся от v_s. Приведем асимптотические результаты в пределе $n/\ln n\gg\lambda_j/\lambda$, когда $v\ll v_s$. Тогда $k_1=\lambda_j^{-1}$, $f(\zeta)=\exp(-|\zeta|/\lambda_j)$, $C=2\lambda^2v^2(n)/\lambda_j^2v_s^2$. При этом

$$\frac{v^2}{v_s^2}=\frac{v^2(n)}{v_s^2}=\frac{\lambda_j}{\pi\lambda n}\ln\left(\frac{\pi\lambda_j n}{2\lambda}\right);\quad 2\zeta_1(n)=2\frac{\pi n\lambda v^2(n)}{v_s^2};\quad k_0(n)=\frac{1}{\lambda}\frac{v_s^2}{v^2(n)}. \tag{10}$$

С ростом номера моды скорость 6π-кинка убывает, длина волны $(2\pi/k_0)$ захваченных волн убывает, ширина области захвата волн $2\zeta_1(n)$, согласно (10), логарифмически слабо увеличивается. Отметим, что наибольшая скорость свободно движущегося 6π-кинка дается формулой (9) при $n=0$, то есть $v_{max}=v_s\left[1-0.746(\lambda/\lambda_j)\right]^{1/2}$.

Относительно экспериментальной реализации предсказываемого нами явления черенковского захвата волн Свихарта и обусловленной им дискретности движения 6π-кинков прежде всего заметим, что единственное условие, налагаемое в нашей статье на лондоновскую и джозефсоновскую длины, имеет вид $\lambda \ll \lambda_j$ и реализуется обычно в ДП с критической плотностью тока Джозефсона, меньшей 10^4 А/см^2. Поэтому физическая реализация нашего теоретического предсказания возможна в большинстве реальных ДП. Однако для нас важно, чтобы в ДП основным для динамики вихрей являлось емкостное влияние, а не резистивное. Это главное наше условие. Именно в таком направлении исследований в последние годы для одного длинного перехода не было значительных достижений. Подчеркнем, что мы обсуждаем проявление нелокальности не в ярко выраженном нелокальном пределе, а в обычном для электродинамики ДП пределе характерного масштаба неоднородности вихревых структур, много большего лондоновской длины. Именно в таких условиях в нашей статье показано, что нелокальная электродинамика необходима для описания коротковолновых возбуждений с длиной волны хотя и большей по сравнению с лондоновской, но весьма малой по сравнению с джозефсоновской. Именно рассмотренный нами случай возбуждения и захвата коротковолновых возбуждений составляет принципиальную сущность обсуждаемого в статье явления. Именно к этому нашему продвижению в теории движущихся джозефсоновских вихрей стоит привлечь внимание. Новое наше физическое предсказание захвата волн Свихарта связано с волнами, длина волны которых $\sim \sqrt{\lambda\lambda_j}$, а область захвата отличается от длины волны числом укладывающихся в такой области захваченных стоячих (но бегущих вместе с кинком) волн (см. формулу (7)).

Еще раз подчеркнем, что в нашей статье сообщается о теоретическом предсказании нового явления, которое обусловлено коротковолновыми возмущениями, излученными вихрем и захваченными им, и которое для длинного ДП не рассматривалось. Для описания таких коротковолновых возмущений необходима нелокальная электродинамика. Однако область реализации предсказываемого явления – обычные джозефсоновские переходы. Согласно нашей формуле, (10) крупная структура медленно движущегося вихря (со скоростью, много меньшей скорости Свихарта) имеет масштаб пространственного изменения $\sim \lambda_j$, а длина волны черенковски захваченных волн много меньше джозефсоновской длины.

Мы полагаем, что реализация нашего предсказания находится в руках экспериментаторов, работающих с обычными ДП. Это относится как к случаю вихрей, бегущих со скоростями, близкими к скорости Свихарта, так и с меньшими скоростями. В последнем случае необходимо реализовать переход с малой диссипацией как в контактном слое, так и из-за нормальных электронов в сверхпроводниках. Можно считать, что наша статья предсказывает лежащее "на виду" физическое явление, которое будет открыто в обычных ДП после привлечения внимания экспериментаторов.

В заключение подчеркнем, что простая модель работ [8, 9, 11, 12] позволила установить закономерности дискретного движения 6π-кинков в длинных ДП без диссипации. Установлено явление черенковского захвата обобщенных волн Свихарта, движущихся вместе с 6π-кинком. Это явление определяет форму кинка и его скорость.

То, что такое явление определяет форму и скорость иных кинков, таких, например, как 4π-кинк и 8π-кинк, будет сообщено нами в другом журнале.

Работа выполнена при поддержке научного совета по ВТСП (проект #99002), Российского фонда фундаментальных исследований и при государственной поддержке ведущих научных школ (проект #96-15-96750).

---

1. А.Бароне, Дж.Патерно, *Эффект Джозефсона: физика и применения*, М.: Мир, 1984 (A.Barone and G.Paterno, *Physics and Applications of the Josephson Effect*, N. Y.: Wiley, 1982).
2. B.Dueholm, O.A.Levring, J.Mygind et al., Phys. Rev. Lett. **46**, 1299 (1981).
3. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, ЖЭТФ **104**, 2526 (1993).
4. G.L.Alfimov, V.M.Eleonsky, N.E.Kulagin, and N.V.Mitzkevich, Chaos **3**, 405 (1993).
5. G.L.Alfimov, V.M.Eleonsky, and L.M.Lerman, Chaos **8**, 257 (1998).
6. И.О.Кулик, И.К.Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, М.: Наука, 1970.
7. A.Gurevich, Phys. Rev. **B46**, 3187 (1992).
8. A.F.Volkov, Physica **C183**, 177 (1991).
9. A.F.Volkov, Physica **C192**, 306 (1992).
10. K.K.Likharev, Rev. Mod. Phys. **51**, 101 (1979).
11. S.Aubry and P.J.Le Daeron, Physica **D7**, 240 (1983).
12. S.Aubry, J. Phys. **C16**, 2497 (1983).
13. R.G.Mints and I.B.Snapiro, Phys. Rev. **B52**, 9691 (1995).
14. В.П.Силин, А.В.Студенов, ФТТ **39**, 444 (1997).
15. M.Peyrard and M.D.Kruskal, Physica **D14**, 88 (1984).