Письма в ЖЭТФ, том 69, вып.4, стр.329 - 330 © 1999г. 25 февраля

КОММЕНТАРИЙ К СТАТЬЕ "GROUND STATE INSTABILITY IN SYSTEMS OF STRONGLY INTERACTING FERMIONS"

В.А.Ходель

Российский научный центр "Курчатовский институт"
123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 января 1999 г.

PACS: 71.10.-w

В недавней работе Артамонова, Погорелова и Шагиняна [1] на примере модельного "хартри-фоковского" функционала энергии

$$E(n_{\mathbf{p}}) = \sum_{\mathbf{p}} \epsilon^0_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p}} + 1/2 \sum_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2} V(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) n_{\mathbf{p}_1} n_{\mathbf{p}_2}$$

изучалась перестройка квазичастичного распределения $n_{\mathbf{p}}$ при температуре $T = 0$. Не была обойдена вниманием и фермионная конденсация (ФК) – фазовый переход, связанный с нетривиальными решениями уравнения минимума $\delta E/\delta n_{\mathbf{p}} = \mu$, где μ – химический потенциал. Авторы заявили, что когда оператор V и все его производные непрерывны, у приведенного уравнения минимума, имеющего вид

$$\phi(\mathbf{p}) = \int V(\mathbf{p} - \mathbf{p}_1) n_{\mathbf{p}1} d\tau_1, \quad p_i < p < p_f, \tag{1}$$

где $\phi = \mu - \epsilon^0_{\mathbf{p}}$, не существует решений и, следовательно, ФК запрещена. Будь их аргументы верны, целая область современной математики, посвященная так называемым некорректным задачам (см., например, [2]), была бы закрыта, и потому ситуация нуждается в комментарии.

Уравнение (1) (его символическая запись $\phi = Vf$) представляет собой пример обратной задачи, встречающейся в разных областях физики. Так, если p рассматривать как координату, а n_p – как плотность, то (1) есть уравнение равновесия системы частиц с потенциалом взаимодействия $V(r)$ во внешнем электрическом (или гравитационном) поле.

Во всех известных моделях ФК взаимодействие V сингулярно, обратный оператор, V^{-1}, существует, и решение обратной задачи $f = V^{-1}\phi$ устойчиво к малым возмущениям. В цитируемой работе вполне непрерывен оператор V (то есть оператор V^{-1} сингулярен!). Аргументы авторов таковы. Интеграл Vf и функция ϕ тождественно совпадают на отрезке $[p_i, p_f]$, коль скоро f – точное решение (1). Раз так, то в силу непрерывности V и его производных, левая и правая части (1) обязаны совпадать и на всей прямой. Но это невозможно, поскольку функция $\phi \sim \epsilon^0_{\mathbf{p}} \sim p^2$ расходится при $p \to \infty$, в то время как интеграл Vf остается конечным. Значит, решений уравнения (1) не существует вообще, и никакой ФК нет. Заметим, что в таком ключе невозможна не только ФК, но и, например, равновесие ядра в поле электронной оболочки – ведь нуклон, согласно калибровочным теориям, – протяженный объект и, следовательно, нуклон-нуклонный потенциал $V(r)$ в (1) вполне непрерывен.

На самом деле все обстоит иначе. Из-за сингулярности обратного оператора V^{-1} расчетные решения (1) неустойчивы к малым возмущениям. Они "набиты шумами". Эти компоненты хаотически меняют знак и амплитуду и потому не отвечают никакой физической реальности, – та описывается достаточно гладкими функциями, ибо природа умеет подавлять шумы. Один из механизмов их подавления таков: в реальной системе всегда существуют флуктуации. Будучи функционалом $n_{\mathbf{p}}$, флуктуирует и взаимодействие V – от образца к образцу, от эксперимента к эксперименту. И эти, сравнительно малые, вариации V кардинально перекраивают распределение шумов, не влияя на гладкие компоненты решений. При усреднении по флуктуациям V шумы в f вымирают, а гладкая составляющая (ее называют квазирешением [2]), остается неизменной. На рассматриваемом отрезке квазирешения воспроизводят левую часть (1) с погрешностью масштаба амплитуды флуктуаций V, но вне его расхождение быстро растет. В проблеме ФК гладкое квазирешение как раз и описывает фермионный конденсат, разумеется, при условии, что оно не нарушает принципа Паули $n_p < 1$. Это выполнимо, если константа связи достаточно велика.

Подводя итог, я думаю, что в недалеком будущем фермионный конденсат будет найден и в той конкретной модели с $V(p) \sim (p^2+p_0^2)^{-1}$, в которой, по мнению авторов работы [1], таких состояний быть не может.

1. С.А.Артамонов, Ю.Г.Погорелов, В.Р.Шагинян, Письма в ЖЭТФ **68**, 893 (1998).
2. А.Н.Тихонов, В.Я.Арсенин, *Методы решения некорректных задач*, М.: Наука, 1974.