Письма в ЖЭТФ, том 69, вып.4, стр.331 - 332

ОТВЕТ НА КОММЕНТАРИЙ В.А.ХОДЕЛЯ

С.А.Артамонов, Ю.Г.Погорелов, В.Р.Шагинян

Санкт-Петербургский институт ядерной физики РАН

188350 Гатчина, Ленинградская обл., Россия

Поступила в редакцию 20 января 1999 г.

PACS: 71.10.-w

В нашей статье [1], которая удостоилась комментария В.А.Ходеля, мы показали на примере модельного функционала энергии, что в некоторых случаях ферми-конденсатное состояние отсутствует. Остановимся на математической стороне этого вопроса, следуя нашей работе [1]. Для удобства читателей мы воспользуемся обозначениями Комментария, которые отличаются от принятых в нашей статье. Рассмотрим уравнение

$$\phi(p) = \int V(p, p_1) n_{p1} p_1^2 dp_1, \tag{1}$$

где $\phi = \mu - \varepsilon_p^0$, и μ — химический потенциал. В нашем случае ядро $V(p,p_1)$ — симметричная аналитическая функция обоих своих аргументов в полосе Ω конечной ширины вдоль вещественной оси комплексной плоскости импульса P. Ядро уравнения (1) является положительно определенным, $V(p,p_1) > 0$, и действует на функциях $0 \leq n_p \leq 1$. Нетрудно видеть, что при этих условиях правая часть (1) равна нулю только, если $n_p \equiv 0$, отсюда следует, что уравнение

$$0 = \int V(p, p_1) n_{p1} p_1^2 dp_1, \tag{2}$$

не имеет нетривиальных решений. Таким образом, уравнение (1) имеет обратный несингулярный оператор. Это неудивительно: (1) принадлежит к интегральным уравнениям первого рода, тесно связанным с интегральными преобразованиями, например, преобразованием Фурье. Как известно, эти преобразования заданы несингулярными прямым и обратным операторами. Функции ϕ – это функции, представимые через ядро V. Поскольку интегрирование в (1) идет по конечному инервалу, а n_p может иметь только конечное число разрывов, то представимые через ядро функции ϕ являются аналитическими функциями в Ω и не могут быть константой (как и любая производная ϕ) на конечном интервале, если, разумеется, ядро не является константой, как и рассмотренное нами в [1]. Однако функция, описывающая ферми-конденсатное состояние, непременно включает некоторую область, в которой ϕ (или ее какая-нибудь производная) – константа. Теперь мы можем заключить, что (1) не допускает ферми-конденсатные состояния, или, что то же самое, решениями могут быть только функции, составленные из ферми-ступенек: $n_p = 1, 0$. Заметим, что отсюда вовсе не следует, что (1) не имеет устойчивых к малым возмущениям решений: в [1] эти решения были найдены и определены, как соответствующие топологическим фазовым переходам. Действительно, класс этих решений относительно беден, но надо иметь в виду, что мы ищем решения, удовлетворяющие принципу Паули и соответствующие минимуму энергии. Например, отметим, что в этих жестких условиях (1) не является линейным уравнением: если n_p – решение, то после умножения на константу оно таковым уже не будет.

Уместно напомнить, что в [1] мы подчеркнули, что одночастичный квазичастичный потенциал в реальной системе не может быть аналитической функцией, то есть правая часть уравнения (1), если в качестве V будет взято реальное эффективное взаимодействие, не будет аналитической функцией. Значит, в реальной системе топологические фазовые переходы будут поглощены ферми-конденсатным переходом.

Мы ответили на все замечания, высказанные в Комментарии, и подтверждаем правильность выводов нашей работы [1].

---

1. С.А. Артамонов, Ю.Г. Погорелов, В.Р. Шагинян, Письма в ЖЭТФ **68**, 893 (1998).