

СЖАТЫЕ СОСТОЯНИЯ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ САМОВОЗДЕЙСТВИИ В ИНЕРЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

Ф.Попеску, А.С.Чиркин¹⁾

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова
119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 февраля 1999 г.

Развита последовательная теория формирования сжатых состояний при распространении когерентных световых импульсов в среде с инерционной керровской нелинейностью. Установлено, что область спектра с уровнем флуктуаций квадратуры ниже уровня дробового шума зависит как от времени релаксации нелинейности, так и от величины нелинейного фазового набегга. Показано также, что выбором фазы импульса можно управлять частотой, где подавление флуктуаций наибольшее.

PACS: 42.50.Dv

Предметом настоящего письма является анализ влияния инерционности кубической нелинейности среды на формирование неклассического (сжатого) света. Рассмотрено формирование квадратурно-сжатого света при самовоздействии светового импульса. Этот процесс, наряду с генерацией оптических солитонов и процессом параметрического усиления при импульсной накачке, служит эффективным способом получения импульсного сжатого света. Самовоздействие сверхкоротких лазерных импульсов для получения сжатых состояний света использовалось в [1–4]. Вместе с тем все теоретические расчеты [4–6], связанные с анализом формирования неклассического света при самовоздействии импульсов, используют предположение о безынерционности нелинейности среды и условие малости относительных флуктуаций. Последнее справедливо, конечно, для интенсивных импульсов, которые обычно используются в эксперименте. Следует ожидать, что инерционность нелинейности будет определять область спектра квантовых флуктуаций, играющих существенную роль в формировании сжатого света. Дело в том, что несмотря на ограниченную полосу частот, которой обладает импульс, спектр его квантовых флуктуаций безграничен (в рамках современной теории). Однако учет инерционности нелинейного отклика среды требует разработки соответствующей алгебры зависящих от времени бозе-операторов. Таковая нами была разработана, что дало возможность развить последовательную теорию формирования неклассического света при самовоздействии световых импульсов без ограничений на их интенсивность и на соотношение между временем релаксации нелинейности τ_r и длительностью импульса τ_p . Ниже приведены результаты для случая $\tau_p \gg \tau_r$. Подчеркнем, что и в этом случае указанную задачу не удастся решить корректно без учета конечного времени релаксации.

Рассматриваемый процесс описывается гамильтонианом взаимодействия вида

$$\hat{H}_{int} = \hbar\beta \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^t H(t-t_1) N[\hat{n}(t, z)\hat{n}(t_1, z)] dt_1, \quad (1)$$

где коэффициент β определяется нелинейностью среды, $H(t)$ – функция нелинейного отклика среды ($H(t) \neq 0$ при $t \geq 0$ и $H(t) = 0$ при $t < 0$; нелинейность считается

¹⁾ e-mail: chirkin@foton.ilc.msu.su

керровского типа), N – оператор нормального упорядочения, $\hat{n}(t, z) = A^+(t, z)A(t, z)$ – оператор "плотности" числа фотонов, $A^+(t, z)$ и $A(t, z)$ – бозе-операторы рождения и соответственно уничтожения числа фотонов в данном сечении среды z в данный момент времени t (см., например, [6]). Оператор $\hat{n}(t, z)$ коммутирует с гамильтонианом (1) и, следовательно, $\hat{n}(t, z) = \hat{n}(t, z = 0) = \hat{n}_0(t)$, где $z = 0$ соответствует входу нелинейной среды.

В соответствии с (1) пространственная динамика оператора $A(t, z)$ описывается уравнением

$$\frac{\partial A(t, z)}{\partial z} + i\beta q[\hat{n}_0(t)]A(t, z) = 0, \quad (2)$$

вытекающим из уравнения эволюции Гейзенберга, где

$$q[\hat{n}_0(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1)\hat{n}_0(t - t_1) dt_1 \quad (h(t) = H(|t|)).$$

Уравнение (2) записано в бегущей системе координат: $z = z$, а время $t = t' - z/u$, t' – текущее время, u – скорость импульса в среде. Решение уравнения (2) имеет вид

$$A(t, z) = \exp[-i\gamma q[\hat{n}_0(t)]]A_0(t). \quad (3)$$

Здесь $A_0(t) = A(t, 0)$, $\gamma = \beta z$. При $h(t) = 2\delta(t)$ и $A_0(t) = a_0$ выражения (2) и (3) принимают вид, соответствующий однододовому (монохроматическому) излучению. Для любых расстояний $z \neq 0$ должны быть справедливы коммутационные соотношения:

$$[A(t_1, z), A^+(t_2, z)] = \delta(t_1 - t_2), \quad [A(t_1, z), A(t_2, z)] = 0. \quad (4)$$

Для проверки соотношений (4) и расчета квантовых статистических характеристик импульса нами развита алгебра зависящих от времени бозе-операторов. В частности, получено перестановочное соотношение

$$A_0(t) \exp[-i\gamma q[\hat{n}_0(t_1)]] = \exp[-i\gamma q[\hat{n}_0(t_1)] - i\gamma h(t_1 - t)]A_0(t) \quad (5)$$

и формула нормального упорядочения

$$\exp[-i\gamma q[\hat{n}_0(t)]] = N \exp\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\exp(-i\gamma h(\theta_1)) - 1] \hat{n}_0(t - \theta_1) d\theta_1 \right\}. \quad (6)$$

Здесь время нормировано на время релаксации нелинейности τ_r , $\theta = t/\tau_r$. Соотношения (5) и (6) представляют собой обобщение известных соотношений для однододового случая [7].

При самовоздействии оператор числа фотонов остается неизменным, этот факт уже использован в уравнении (2). Поэтому основной интерес при самовоздействии представляет изучение флуктуаций квадратурных компонент. Рассмотрим квадратурную компоненту

$$\hat{X}(t, z) = \frac{1}{2}[A^+(t, z) + A(t, z)]. \quad (7)$$

Корреляционная функция флуктуаций квадратуры $\hat{X}(t, z)$

$$R(t, t + \tau) = \frac{1}{2}[\langle \hat{X}(t, z)\hat{X}(t + \tau, z) \rangle + \langle \hat{X}(t + \tau, z)\hat{X}(t, z) \rangle - 2\langle \hat{X}(t, z) \rangle \langle \hat{X}(t + \tau, z) \rangle] \quad (8)$$

(угловые скобки означают усреднение по квантовому состоянию импульса) определяется выражением

$$R(t, t + \tau) = \frac{1}{4}\{\delta(\tau) - \psi(t)h(\tau) \sin 2\Phi(t) + \psi^2(t)g(\tau) \sin^2 \Phi(t)\}, \quad (9)$$

где $\psi(t) = 2\gamma|\alpha_0(t)|^2$ – нелинейный фазовый набег, $\alpha_0(t)$ – собственное значение оператора $A_0(t)$ импульса в когерентном состоянии, $\Phi(t) = \psi(t) + \phi(t)$ ($\phi(t)$ – начальная фаза импульса), $\delta(\tau)$ – дельта-функция, $g(\tau) = \tau_r^{-1}(1 + |\tau|/\tau_r) \exp(-|\tau|/\tau_r)$ для рассматриваемого релаксационного отклика нелинейности $h(\tau) = \tau_r^{-1} \exp(-|\tau|/\tau_r)$. При выводе (9) принято во внимание, что нелинейный набег фазы на один фотон $\gamma \ll 1$ и время релаксации гораздо меньше длительности импульса ($\tau_r \ll \tau_p$).

В соответствии с (9) спектральная плотность флуктуаций квадратуры равна

$$S(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(t, t + \tau)e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{1}{4}[1 - 2\psi(t)L(\omega) \sin 2\Phi(t) + 4\psi^2(t)L^2(\omega) \sin^2 \Phi(t)], \quad (10)$$

где $L(\omega) = 1/[1 + (\omega\tau_r)^2]$. Из (10) следует, что в зависимости от значения фазы $\Phi(t)$ уровень флуктуации квадратуры может быть как ниже, так и выше уровня дробового шума $S^{(coh)}(\omega) = \frac{1}{4}$, отвечающего когерентному состоянию импульса. В соответствии с соотношением неопределенности Гейзенберга поведение спектра в сопряженной квадратуре оказывается сдвинутым по фазе на $\pi/2$.

В случае оптимальной фазы импульса

$$\phi_0(t) = \frac{1}{2} \arctan[(\psi(t)L(\omega_0))^{-1}] - \psi(t), \quad (11)$$

выбранной для частоты ω_0 , спектральная плотность на этой частоте равна

$$S(\omega_0, t) = \frac{1}{4}[\sqrt{1 + \psi^2(t)L^2(\omega_0)} - \psi(t)L(\omega_0)]^2 \quad (12)$$

и с ростом фазы $\psi(t)$ монотонно уменьшается.

Для произвольной же частоты ω имеем

$$S(\omega, t) = S(\omega_0, t) + \frac{1}{2}[L(\omega) - L(\omega_0)]\psi(t)\{[L(\omega) + L(\omega_0)]\psi(t) - [1 + (L(\omega) + L(\omega_0))L(\omega_0)\psi^2(t)][1 + \psi^2(t)L^2(\omega_0)]^{-\frac{1}{2}}\}. \quad (13)$$

Спектры, рассчитанные по формуле (13), при $t = 0$ для случаев $\omega = 0$ и $\omega = \tau_r^{-1}$ приведены на рис.1. Из рис.1а видно, что для $\omega_0 = 0$ спектральная плотность флуктуаций минимальна на частоте $\omega = 0$ при любых значениях фазы $\psi(0)$. Что же касается случая $\omega_0 \neq 0$ (рис.1б), то в области значений фазы $\psi(0) > 1$ минимум спектра флуктуаций достигается на частотах $\omega = \tau_r^{-1}$, а при $\psi(0) < 1$ – вблизи $\omega \approx 0$. Из рис.1а, б также ясно видно, что полоса частот, где спектральная плотность флуктуаций квадратуры ниже уровня дробового шума, зависит от величины нелинейного фазового набег $\psi(0)$. Соответствующая зависимость для случая $\omega_0 = 0$

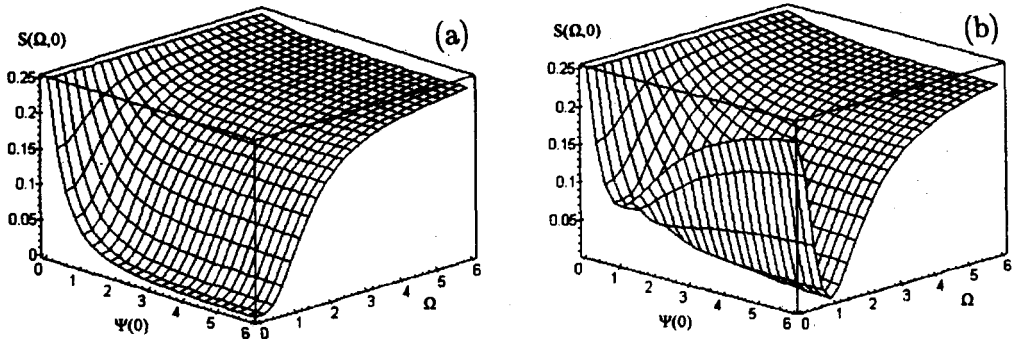


Рис.1. Дисперсия флуктуаций квадратурной компоненты импульса для момента времени $t = 0$ в зависимости от максимальной нелинейной фазы $\psi(0) = 2\gamma|\alpha_0(0)|^2$ и приведенной частоты $\Omega = \omega\tau$, при фазе импульса, оптимальной для $\Omega = 0$ (а) и $\Omega = 1$ (б)

представлена на рис.2, откуда следует, что при $\psi(0) \gg 1$ ширина спектра ниже уровня дробового шума в 1.5 раза больше ширины спектрального отклика нелинейности.

Полученные в настоящей работе результаты можно использовать для корректного анализа экспериментов [1–4], в которых применялись лазерные импульсы длительностью порядка 100 пс, кварцевые оптические волокна, а максимальное значение нелинейного набег фазы ψ превышало единицу. Разумеется, что при измерении спектра квадратуры эффект подавления квантовых флуктуаций импульса будет сглаживаться (см. выражение (13)). Это время "сглаживания" при балансном гомодинном детектировании [8] определяется длительностью импульса гетеродина.

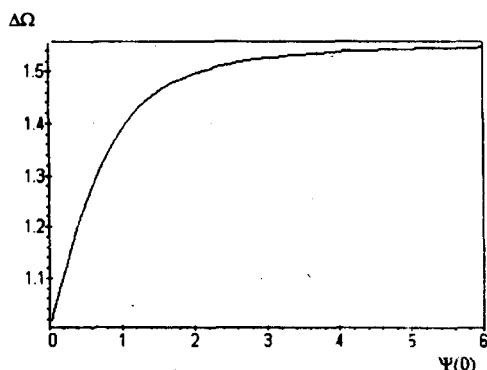


Рис.2. Полоса спектра $\Delta\Omega = 2\Delta\omega\tau$ (по половинному уровню) квадратуры импульса с подавленными квантовыми флуктуациями в зависимости от максимальной нелинейной фазы $\psi(0)$

Развитая теория дает возможность выбора оптимальной стратегии при формировании и регистрации сверхкоротких импульсов в сжатом состоянии. Измерение квантовых флуктуаций коротких импульсов обычно выполняют на высоких частотах порядка несколько десятков МГц, чтобы избежать влияния технических флуктуаций, сосредоточенных в области низких частот. Однако в этой области, как правило, подавление квантовых флуктуаций наибольшее. Наши результаты показывают, что при помощи выбора фазы сигнального импульса (или, вообще говоря, фазы импульса гетеродина) максимальное подавление флуктуаций можно реализовать именно на интересующей нас спектральной компоненте. Подчеркнем еще раз, что эта спектральная компонента может находиться на крыле спектрального отклика нелинейности

(рис.1b). Последнее означает, что для получения импульсов сжатого света можно использовать нелинейные среды с большим временем релаксации и, соответственно, с большей нелинейностью [6].

В заключение отметим, что развитый в настоящей работе подход можно использовать для анализа формирования поляризационно-сжатого света в средах с кубической нелинейностью [9, 10] и для разработки квантовой теории нелинейных согласующих устройств [11] в случае импульсных сигналов.

Авторы благодарят К.Н.Драбовича за полезные обсуждения настоящей работы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант #96-02-16714) и программы ГКНТ "Фундаментальная метрология".

-
1. M.Rosenbluh and R.M.Shelby, Phys. Rev. Lett. **66**, 153 (1991).
 2. K.Bergman and H.A.Haus, Opt. Lett. **16**, 663 (1991).
 3. N.Nishizawa, S.Kume, M.Mori et al., Jap. J. Appl. Phys. **33**, 138 (1994).
 4. N.Nishizawa, M.Hashiura, T.Horio et al., Jap. J. Appl. Phys. **37**, L792 (1998).
 5. M.Shirasaki and H.A.Haus, J. Opt. Soc. Amer. **B7**, 30 (1990).
 6. S.A.Akhmanov, V.A.Vysloukh, and A.S.Chirkin, *Optics of femtosecond laser pulses*, AIP, 1992, Дополненный перевод книги: С.А.Ахманов, В.А.Выслоух, А.С.Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, М.: Наука, 1988.
 7. У.Люисселл, *Излучение и шумы в квантовой электронике*, М.: Наука, 1972. (W.H.Lousell, *Radiation and noise in quantum electronics*, McGraw Hill 1964).
 8. U.Leonhardt, *Measuring the quantum state of light*, Cambridge Univ. Press, 1997.
 9. А.С.Чиркин, А.А.Орлов, Д.Ю.Паращук, *Квантовая электроника* **20**, 999 (1993).
 10. А.П.Алоджанц, С.М.Аракелян, А.С.Чиркин, *ЖЭТФ*, **108**, 63 (1995); *Quantum Semiclass. Opt.* **9**, 311 (1997).
 11. N.Korol'kova and J.Perina, *Opt. Commun* **136**, 135 (1997).