

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

А.В.Гапонов-Грехов, М.И.Рабинович, И.М.Старобинец

На примере полубесконечной цепочки последовательно связанных автогенераторов, моделирующих неравновесную диссипативную среду с потоком, показано, что при отсутствии возмущений на границе в невзаимной нелинейной среде возможно установление турбулентности, развивающейся "вниз по потоку". В установившемся режиме характеристики турбулентности определяются лишь степенью неравновесности системы и координатой вдоль цепочки. Полученные результаты позволяют судить о связи между турбулентностью в полуограниченных системах и стохастичностью конечно-мерных динамических систем.

1. В последние годы сложились представления о природе турбулентности в диссипативных средах, согласно которым случайные пульсации нелинейного поля соответствуют движению конечно-мерной динамической системы на странном аттракторе. После недавних

замечательных экспериментов ^{1, 2} стала фактом предполагаемая связь странных аттракторов с гидродинамической турбулентностью в так называемых внутренних течениях — течения Куэтта — Тейлора и термоконвекции в ячейке. Конечно-мерная природа турбулентности в ограниченных системах (резонаторах) имеет весьма наглядное объяснение: дискретная бесконечно-мерная система взаимодействующих мод, описывающих поле в резонаторе, "обрезается" высокочастотной диссипацией (вязкостью), превращаясь в конечно-мерную (см., например, ³).

Имеет ли отношение турбулентность в безграничных системах, в частности, сдвиговых гидродинамических течениях, к стохастичности конечно-мерных динамических систем — пока совершенно не ясно. Более того, не ясна вообще возможность самопроизвольного развития турбулентности в безграничных или полуограниченных средах при отсутствии глобальной обратной связи. В настоящей работе показано, что в полуограниченных невзаимных средах, поле в которых описывается дискретной моделью вида

$$\frac{du_j}{dt} + \alpha \Delta u_j = u_j(1 - \delta |u_j|^2), \quad \Delta u_j = u_j - u_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где u_j , α , δ — комплексны, при $u_0(t) \equiv 0$ возможно установление турбулентности, развивающейся вдоль j .

2. В численном эксперименте исследовалась система (1) при $\alpha = \alpha'(1 - i\alpha'')$, $\delta = 1 - i\beta$, где α' , α'' , $\beta > 0$. Анализировались спектры мощности амплитуды и фазы $u_j(t)$, кроме того, вычислялась размерность реализации $u_j(t)$ ^{4, 5} "вниз по потоку" — в зависимости от j .

Физической моделью (1) могут служить, например: цепочка последовательно связанных автогенераторов ван-дер-полевского типа; при некоторых упрощающих предположениях, — "одномерное" течение, связанное с периодической системой полостей и т. д.

В безграничной или кольцевой системе типа (1) возможны коллективные возбуждения в виде стационарных бегущих волн $u_j(t) = A \exp[i\omega(A^2)t - kj]$, подобные наблюдавшимся в дискретной модели Гинзбурга — Ландау ⁶. Если цепочка полуограничена, то в ней также возможны одночастотные возбуждения подобного типа, однако они уже пространственно неоднородны.

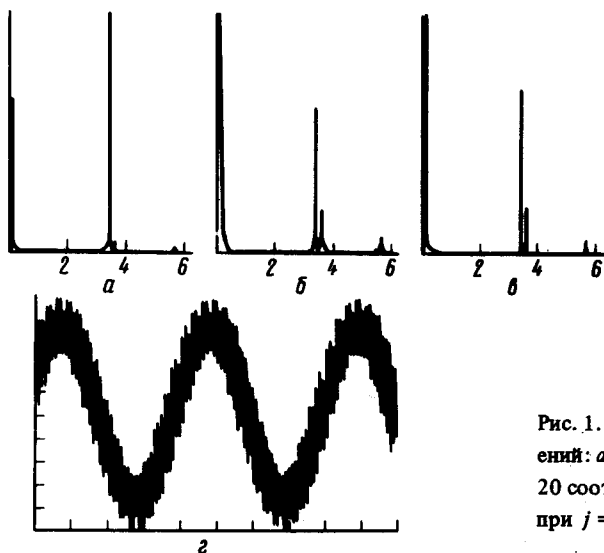


Рис. 1. Устанавливающийся вдоль цепочки режим биеений: а, б, в — спектры мощности в точках $j = 2$; 7 и 20 соответственно; з — осциллограмма колебаний при $j = 7$; 20; $\alpha' = 0,7$, $\alpha'' = 1,71$, $\beta = 3,42$

3. Как показал численный эксперимент с полуограниченной цепочкой (2) при слабой связи (α' мало) в цепочке устанавливается режим независимых локальных (в каждом j) возбуждений на частоте $|\omega| = \beta$, который при увеличении связи переходит в режим пол-

ной синхронизации всех автогенераторов, начиная с l -го. При сильной связи однородный режим синхронизации неустойчив и в цепочке устанавливается пространственно неоднородный одночастотный режим коллективных возбуждений с $\omega \in (0, \beta)$. В широкой области параметров α, β в системе (1) устанавливается промежуточный режим – режим биений, представляющий собой взаимодействие локальных и коллективных возбуждений; при достаточно больших j он превращается в стационарную модулированную волну (см. рис. 1).

Естественно предположить, что нелинейное взаимодействие коллективных и локальных возбуждений может привести к установлению в системе режима стохастических автоколебаний, образом которых является странный аттрактор. Поскольку благодаря невзаимной связи число степеней свободы системы, участвующих в движении с ростом j возрастает, в общем случае должна возрастать "вниз по потоку" и размерность странного аттрактора, т. е., в принципе, при $j \rightarrow \infty$ можно ожидать "бесконечно-мерной" турбулентности. Однако, даже в однородной цепочке ($\alpha, \delta = \text{const}$) этого не происходит. Как видно из рис. 2, в цепочке происходит пространственное развитие турбулентности – при малых j наблюдается квазимонохроматический режим, сменяющийся затем по мере роста j режимом биений с большим числом гармоник и, наконец, при дальнейшем движении "вниз по потоку" этот режим переходит в слаботурбулентный. Далее турбулентность развивается, ее средняя мощность возрастает, но при достаточно больших j она уже не меняется – устанавливается режим стационарной пространственно-однородной турбулентности. Изменение фрактальной размерности аттрактора, отвечающее наблюдавшемуся режиму, представлено на рис. 3. Видно, что размерность странного аттрактора уже при $j = 15$ выходит на постоянное значение, причем сравнительно небольшое.

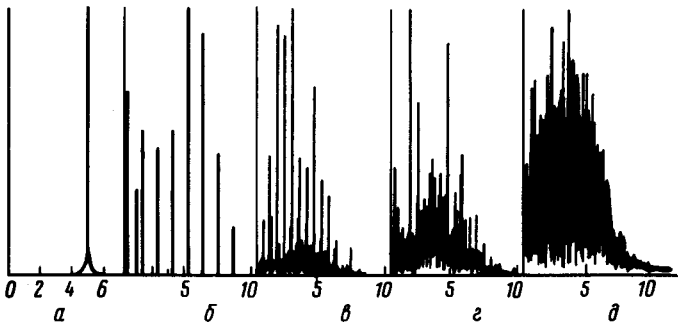


Рис. 2

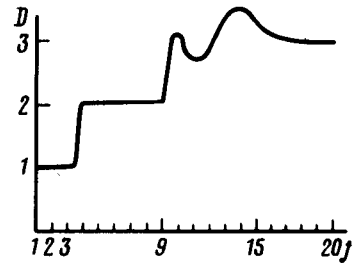


Рис. 3

Рис. 2. Спектры мощности $u_j(t)$, иллюстрирующие пространственное развитие турбулентности вдоль цепочки: а – $j = 2$, б – $j = 9$, в – $j = 10$, г – $j = 12$, д – $j = 20$ и 50; $\alpha' = 0,5$, $\alpha'' = 1,71$, $\beta = 5,0$

Рис. 3. Изменение размерности аттрактора вдоль цепочки: $\alpha' = 0,5$, $\alpha'' = 1,71$, $\beta = 5,0$

4. Таким образом в одномерной неравновесной цепочке – "среде", допускающей распространение возмущений лишь в одну сторону, действительно возможно установление турбулентного режима, не связанного с действием внешних полей. Независимость размерности и статистических свойств хаотического режима от координаты при больших j означает, что турбулентность выходит на стационарный режим, характеризующийся частичной когерентностью. При этом даже при $j \rightarrow \infty$ турбулентность имеет конечно-мерный характер. Очевидный интерес представляет выяснение механизмов стабилизации развития турбулентности в однородных неравновесных средах типа (2) и получение оценок изменения размерности странного аттрактора вдоль системы.

Литература

1. Brandstater A. and all. Phys. Rev. Lett., 1983, 51, 1442.

2. *Malraison B. and all.* J. Physique Lett., 1983, 44, L897.
3. *Рабинович М.И.* Усп. Физ. Наук, 1978, 125, 123.
4. *Ledrappier A., Faave S., Laroche C.* Physica, 1983, 7D, 73.
5. *Shimada I., Nagashima T.* Progr. Theor. Phys., 1979, 61, 1605.
6. *Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И., Старобинец И.М.* ДАН СССР, 1984, 282, 106.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22 мая 1984 г.
