

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ МАКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

М.И.Рязанов

Показано, что условия применимости макроскопической электродинамики для описания переходного излучения более жесткие, чем для распространения поля в веществе. Это может сказаться в случае переходного излучения нерелятивистских частиц или при скользящем падении заряда на поверхность раздела сред.

1. Переходное излучение, возникающее при пересечении поверхности раздела сред равномерно движущимся зарядом, обычно рассматривается с помощью макроскопической электродинамики ¹⁻³. Цель настоящего сообщения — обратить внимание на то, что для применимости такого рассмотрения недостаточно малости волнового вектора k излученной волны по сравнению с обратным межатомным расстоянием b^{-1} ,

$$k b \ll 1. \quad (1)$$

При заданном k условие применимости макроскопического описания для собственного поля равномерно движущегося заряда

$$E_0(\mathbf{r}, t) = \int d^3q \int d\omega E_0(\mathbf{q}) \delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r} - i\omega t) \quad (2)$$

может оказаться более жестким, чем (1). Нетрудно получить такое условие из следующих соображений. Переходное излучение возникает в результате отражения и преломления собственного поля заряда от поверхности раздела сред $z = 0$. Сохранение частоты поля и тангенциальных к плоскости раздела компонент волнового вектора при отражении и преломлении приводит к равенствам:

$$q_x = k_x; \quad q_y = k_y; \quad \mathbf{q}\mathbf{v} = \omega; \quad q_z = (\omega - k_x v_x - k_y v_y) / v_z. \quad (3)$$

Эти соотношения и определяют эффективную для излучения кванта фурье-компоненту собственного поля, для которой нужно потребовать применимости макроскопического описания. Из (1) и (3) следует $bq_x \ll 1$ и $bq_y \ll 1$, так что остается потребовать $bq_z \ll 1$, т. е.

$$(\omega - k_x v_x - k_y v_y) (b/v_z) \ll 1. \quad (4)$$

Применимость макроскопической электродинамики к процессу переходного излучения обеспечивается одновременным выполнением (1) и (4). Невыполнение хотя бы одного из этих условий делает макроскопическое рассмотрение некорректным.

2. Нарушение условия (4) при выполнении условия (1) возможно при малых v_z , т. е. для нерелятивистских частиц или при скользящем падении заряда на плоскость раздела сред (скорость заряда почти параллельна плоскости). Заметим, что в ряде работ переходное излучение при скользящем падении рассматривалось макроскопически, считая выполненным условие (1), но не формулируя полных условий применимости макроскопической теории (1) и (4). Область применимости таких результатов должна определяться дополнительно с помощью условия (4). Интересно отметить, что несовпадение результатов макроскопической теории с данными экспериментов по переходному излучению нерелятивистских (от 100 до 40 кэВ) электронов при их скользящем падении на поверхность серебра было обнаружено более 10 лет назад ⁴. Расхождение с макроскопической теорией наблюдалось вне области применимости этой теории, при нарушении условия (4).

3. Если выполнено условие (1) и нарушается условие (4), то переходное излучение следует рассматривать микроскопически несмотря на большую длину волны излучаемого поля. Для этого в микроскопические уравнения Максвелла нужно включить плотность микротоков \mathbf{j}_M , индуцируемую в веществе полем движущегося заряда. Для частот, больших по сравнению с атомными, можно вычислить \mathbf{j}_M аналогично тому, как это делается в теории дифракции рентгеновских лучей ⁵:

$$\mathbf{j}_M(\mathbf{r}, \omega) = (ie^2/m\omega)n(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad (5)$$

где $n(\mathbf{r})$ — плотность числа электронов в веществе, усредненная по квантовомеханическому электронному состоянию и по тепловому движению атомов. Характерного для макроскопической электродинамики усреднения по физически бесконечно малому объему здесь не проводится, а учитываются неоднородности, связанные с концентрацией электронов в атомах.

4. В области больших частот величину \mathbf{j}_M можно считать малой и использовать для решения уравнений Максвелла метод последовательных приближений. Тогда решение в нулевом приближении ($\mathbf{j}_M = 0$) есть собственное поле (2) равномерно движущегося в вакууме заряда, где

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{q}) = (ie/2\pi^2)(\mathbf{v}(\mathbf{q}\mathbf{v}) - \mathbf{q})(q^2 - (\mathbf{q}\mathbf{v})^2)^{-1}. \quad (6)$$

Уравнения для поля первого приближения $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E} - \mathbf{E}_0$ имеют вид системы уравнений Максвелла в вакууме с заданной плотностью тока

$$\mathbf{j}_M(\mathbf{r}, \omega) = (ie^2/m\omega)n(\mathbf{r})\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega),$$

обращающейся в нуль вне вещества, в полупространстве $z > 0$. Энергия переходного излучения в интервале частот $d\omega$ в элементе телесного угла $d\Omega$ (направленного вдоль единичного вектора \mathbf{n}) дается формулой

$$d^2 E(\mathbf{n}, \omega) = (e^4/m^2)d\omega d\Omega \int d^3 q' \int d^3 q'' [n\mathbf{E}_0(\mathbf{q}')] [n\mathbf{E}_0^*(\mathbf{q}'')] \delta(\omega - \mathbf{q}'\mathbf{v}) \cdot \delta(\omega - \mathbf{q}''\mathbf{v}) \int_{z' < 0} d^3 r' \int_{z'' < 0} d^3 r'' n(\mathbf{r}') n(\mathbf{r}'') \exp \{ -i(\mathbf{k} - \mathbf{q}')\mathbf{r}' + i(\mathbf{k} - \mathbf{q}'')\mathbf{r}'' \}. \quad (7)$$

Это выражение должно быть усреднено по флуктуациям электронной плотности. Используем для усреднения известное равенство ($n_0 = \langle n \rangle$)

$$\langle n(\mathbf{r}') n(\mathbf{r}'') \rangle = n_0^2 w(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'') + n_0 \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}''), \quad (8)$$

где

$$w(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'') = \int d^3 s g(\mathbf{s}) \exp(i\mathbf{s}\mathbf{r}' - i\mathbf{s}\mathbf{r}'') \quad (9)$$

— вероятность одному электрону находиться в точке \mathbf{r}' , а второму — в точке \mathbf{r}'' . Отметим, что линейное по n_0 слагаемое в (8) после подстановки в (7) приводит к выражению для переходного излучения на неоднородностях внутри вещества, не связанного с наличием поверхности раздела и исследованного теоретически в ⁶ и ². Поэтому ниже мы учтем лишь квадратичные по n_0 слагаемые в (8), которые непосредственно относятся к интересующему

нас переходному излучению при пересечении зарядом плоскости раздела вещества с вакуумом. Усреднение (7) с использованием (8) приводит к выражению

$$\frac{d^2 E(\mathbf{n}, \omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{n_0^2 e^4}{m^2 v_z^2} \int \frac{d^3 s g(\mathbf{s})}{(Q + s_z - k_z)^2} \left| [\mathbf{n} E_0(\mathbf{k}_t - \mathbf{s}_t + \mathbf{Q})] \right|^2 (2\pi)^4, \quad (10)$$

в котором через \mathbf{k}_t и \mathbf{s}_t обозначены тангенциальные к поверхности компоненты векторов \mathbf{k} и \mathbf{s} , вектор \mathbf{Q} направлен вдоль оси z и $Q = (\omega - k_x v_x - k_y v_y)/v_z$. Формальное применение макроскопической теории к той же задаче соответствует замене $g(\mathbf{s}) \rightarrow \delta(\mathbf{s})$ и дает вместо (10):

$$\left(\frac{d^2 E(\mathbf{n}, \omega)}{d\omega d\Omega} \right)_M = \frac{n_0^2 e^4}{m^2 v_z^2} \frac{1}{(Q - k_z)^2} \left| [\mathbf{n} E_0(\mathbf{k}_t + \mathbf{Q})] \right|^2 (2\pi)^4. \quad (11)$$

Функция $w(\mathbf{r})$ эффективно меняется на расстояниях порядка среднего межатомного расстояния b . Поэтому эффективные значения s в $g(\mathbf{s})$ порядка b^{-1} . Отсюда следует, что максимальное отличие микроскопического результата (10) от макроскопического (11) должно быть при $Qb \sim 1$.

В заключение пользуюсь возможностью поблагодарить В.Л.Гинзбурга за полезные замечания.

Литература

1. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981.
2. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, Изд. АН Арм. ССР, 1969.
3. Гарибян Г.М., Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение, Ереван, Изд. АН Арм. ССР, 1983.
4. Арутюнян Ф.Р., Мхитарян А.Х., Оганесян Р.А., Ростомян Р.О. Оптика и спектроскопия, 1974, 36, 1152.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред, М.: Наука, 1982.
6. Капица С.П. ЖЭТФ, 1960, 39, 1367.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
26 января 1984 г.
После переработки
19 марта 1984 г.