

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ФОРМФАКТОРА ПИОНА ПРИ МАЛЫХ Q^2 МЕТОДОМ КХД ПРАВИЛ СУММ

В.А.Нестеренко, А.В.Радюшкин

Получено КХД правило сумм для электромагнитного форм-фактора пиона в области малых пространственно-подобных передач импульса $Q^2 \lesssim m_\rho^2$. Найденное значение электромагнитного радиуса пиона $\langle r_\pi^2 \rangle^{1/2} = 0,66 \pm 0,03 \text{ Ф}$ хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Квантово-хромодинамические правила сумм ¹ в настоящее время являются фактически единственным расчетным методом в КХД для задач, в которых определяющую роль играют непертурбативные эффекты. Анализ этим методом различных двухточечных функций $\pi(p^2)$ (корреляторов) позволил вычислить массы и лептонные ширины мезонов ¹, а также ана-

логические характеристики барионов ². В работах ^{3, 4} метод был распространен на трехточечные функции. В частности, на основе анализа амплитуды $T(Q^2, p_1^2, p_2^2)$.

$$T(Q^2, p_1^2, p_2^2) = \frac{n_\mu n_\alpha n_\beta}{2(nP)^3} i^2 \int d^4x d^4y < 0 | T \{ j_\alpha^+ \left(-\frac{y}{2} \right) j_\beta \left(\frac{y}{2} \right) J_\mu(x) \} | 0 > \cdot \exp \left(i \frac{p_1 + p_2}{2} y - i q x \right) \quad (1)$$

(где $j_\alpha = \bar{u} \gamma_5 \gamma_\alpha d$, $J_\mu = \frac{2}{3} \bar{u} \gamma_\mu u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma_\mu d$, n — светоподобный вектор, ортогональный $q = p_2 - p_1$: $n^2 = 0$, $(nq) = 0$, $(np_1) = (np_2) \equiv (nP)$) в симметричной кинематике $|p_1^2| \sim |p_2^2| \sim Q^2 \gtrsim m_\rho^2$ (где $Q^2 = -q^2$) удалось рассчитать поведение электромагнитного формфактора пиона для промежуточных передач импульса $m_\rho^2 \lesssim Q^2 \lesssim 3 - 4 \text{ ГэВ}^2$. Неприменимость подхода ^{3, 4} в области малых Q^2 обусловлена наличием в $T(Q^2, p_1^2, p_2^2)$ вкладов, существенно зависящих от динамики на расстояниях $\sim 1/Q$. При $Q^2 \lesssim m_\rho^2 = 0, 6 \text{ ГэВ}^2$ использование асимптотической свободы (т. е. теории возмущений) для оценки таких вкладов незаконно.

Для уточнения оценок (т. е. учета непертурбативных эффектов) необходимо произвести дополнительную факторизацию вкладов малых и больших расстояний. Задачи подобного типа рассматривались ранее при вычислении в рамках метода КХД правил сумм магнитных моментов нуклонов ^{5, 6} и константы g_A ⁷. Наш подход к факторизации вкладов основан на развитой в ⁸ технике анализа асимптотик фейнмановских диаграмм. С ее помощью нетрудно установить, что в кинематике $|p_1^2| \sim |p_2^2| \gg Q^2$ степенные по $1/p_1^2$, $1/p_2^2$ вклады в $T(Q^2, p_1^2, p_2^2)$ возникают не только из области, где все интервалы $(y^2, (x+y/2)^2$ и $(x-y/2)^2$) малы, но и из области, где y^2 мало, а $(x \pm y/2)^2$ не мало. Учет второй возможности дает дополнительные вклады, имеющие структуру $C(p^2) [\pi(q^2) - \pi^{\text{pert}}(q^2)]$, где $\pi(q^2)$ — "точный" коррелятор некоторого локального оператора с током J , а π^{pert} — его пертурбативный аналог (ср. ⁶). Добавление такого вклада соответствует, очевидно, замене пертурбативной оценки вклада $C(p^2) \pi(q^2)$, существенно зависящего от динамики на расстояниях $\sim 1/Q$, выражением, в котором учтены непертурбативные эффекты. Технически это осуществляется с помощью дисперсионного соотношения

$$\pi(q^2) - \pi^{\text{pert}}(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s - q^2} (\rho(s) - \rho^{\text{pert}}(s)), \quad (2)$$

где $\rho(s)$ — "точная", а $\rho^{\text{pert}}(s)$ — пертурбативная спектральная плотности. Отсутствие вычитаний в (2) обусловлено тем, что $\pi(q^2) - \pi^{\text{pert}}(q^2) \rightarrow 0$ при $|q^2| \rightarrow \infty$, благодаря асимптотической свободе (ср. ⁹, приложение В). В конкретных расчетах для $\rho(s)$ использовалось модельное представление $\rho(s) = f \delta(s - m_\rho^2) + \rho^{\text{pert}}(s) \theta(s > s_0)$, параметры которого (f и s_0) извлекались стандартным образом из КХД правил сумм ¹ для соответствующего коррелятора $\pi(q^2)$. Для корреляторов с $\rho^{\text{pert}}(s) = 0$ такое приближение сводится к векторной доминантности (ср. ⁶). Однако, для $\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2$ -поправок, дающих численно большой вклад, имеет смысл уточнить это приближение, запараметризовав вклад высших состояний эффективным резонансом, т. е. взять $\rho(s) = f_1 \delta(s - m_\rho^2) + f_2 \delta(s - m_\rho'^2)$, ¹⁰. Полученное нами в результате правила сумм (ПС) для $\hat{B}(p^2, M^2) T(Q^2, p_1^2, p_2^2)$ (где $\hat{B}(p^2, M^2)$ — преобразование Бореля ¹) имеет следующий вид:

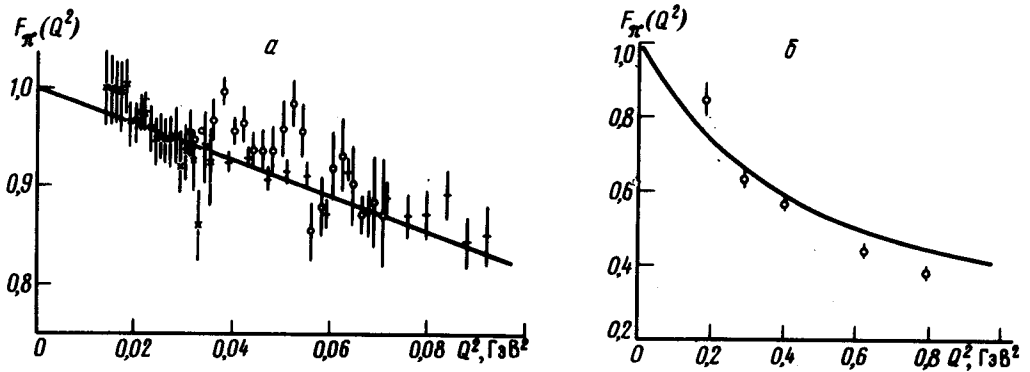
$$\frac{f_\pi^2 F_\pi(Q^2)}{M^4} + \frac{c_\pi(Q^2)}{M^2} + e^{-m_{A_1}^2/M^2} \left\{ \frac{f_{A_1}^2 F_{A_1}(Q^2)}{M^4} + \frac{c_{A_1}(Q^2)}{M^2} \right\} + \dots =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3}{2\pi^2 M^2} \int_0^1 dx \int_0^1 d\xi x(1-x) \exp\left(-\frac{x}{1-x} \xi(1-\xi) \frac{Q^2}{M^2}\right) + \\
&+ \frac{1}{40\pi^2 M^6} \left[Q^4 \ln\left(\frac{Q^2}{Q^2 + s_0}\right) + Q^2 s_0 - \frac{s_0^2}{2} \frac{Q^2}{Q^2 + m_\rho^2} \right] + \frac{\alpha_s \langle G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle}{24\pi M^6} \left(1 + \left[\frac{m_\rho^2}{Q^2 + m_\rho^2} \right]^\alpha \right) + \\
&+ \frac{16}{81} \frac{\pi \alpha_s \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2}{M^8} \left(5 + 6 \left[\frac{1,6 m_\rho^2}{Q^2 + m_\rho^2} - \frac{0,6 m_\rho^2}{Q^2 + m_\rho^2} \right] \right), \quad (3)
\end{aligned}$$

где $s_0 = 1,5 \text{ ГэВ}^2$, $m_\rho^2 = 2,0 \text{ ГэВ}^2$, $m_{A_1}^2 = 1,6 \text{ ГэВ}^2$

Отметим два свойства ПС (3).

а) При $Q^2 = 0$ правая часть (3) (умноженная на M^2) совпадает с разложением для коррелятора аксиальных токов $\pi \sim n^\alpha n^\beta \langle j_\alpha^\dagger j_\beta \rangle / (nP)^2$ и поэтому $F_\pi(0) = 1$, $F_{A_1}(0) = 1$, а $C_f(0) = 0$. Этот факт является следствием тождества Уорда для T (ср. ⁷). Вычитая из (3) ПС для $Q^2 = 0$ получаем ПС, позволяющее найти $(F_\pi(Q^2) - 1)/Q^2$. Используя стандартную процедуру обработки ПС такого типа ⁵⁻⁷, мы получили для электромагнитного радиуса пиона значение $\langle r_\pi^2 \rangle^{1/2} = 0,66 \pm 0,03 \text{ Ф}$, хорошо согласующееся с экспериментальным значением $\langle r_\pi^2 \rangle_{\text{экс}}^{1/2} = 0,636 \pm 0,037 \text{ Ф}$ (см. рис. а).



Сравнение экспериментальных данных для $F_\pi(Q^2)$ с результатами обработки ПС (3): а – область $Q^2 < 0,1 \text{ ГэВ}^2$, данные из ¹¹, б – область $Q^2 < 1 \text{ ГэВ}^2$, данные из ¹²

б) Упомянутые выше дополнительные члены (заклученные в (3) в квадратные скобки) должны "вымирать" с ростом Q^2 . Это требование, как легко проверить, выполняется в (3). Заметим, однако, что экстраполяция $1/Q^2$ – закона убывания этих членов за пределы формальной области применимости ПС (3) $Q^2 \lesssim m_\rho^2$ незаконна, поскольку в операторном разложении для $T(Q^2, p_1^2, p_2^2)$ в кинематике $Q^2 \sim |p^2|$ вклады $O(1/Q^2)$ (и высших степеней по $1/Q^2$) в $\langle GG \rangle$ - и $\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2$ -поправках отсутствуют. Иными словами, при $Q^2 \gtrsim m_\rho^2$ дополнительные вклады в действительности должны убывать быстрее любой степени $1/Q^2$. Недостаточно быстрое убывание этих членов в (3) приводит к завышению величины $F_\pi(Q^2 = 0,6 \text{ ГэВ}^2)$ на 10% по сравнению с экспериментальным значением (см. рис. б). С другой стороны, если занулить дополнительные вклады (что соответствует переходу к ПС для кинематики $Q^2 \sim |p^2| \gtrsim m_\rho^2$), то $F_\pi^{\text{теор}}(Q^2 = 0,6 \text{ ГэВ}^2)$ оказывается на 10% меньше экспериментального. Это означает, что ПС для двух кинематик ($Q^2 \ll \ll m_\rho^2$ и $Q^2 \gtrsim m_\rho^2$) в точке $Q^2 = m_\rho^2$ с необходимой точностью 10 – 20% согласуются друг с другом и с экспериментальной кривой.

Таким образом, метод КХД правил сумм позволяет получить хорошее описание данных по электромагнитному формфактору пиона практически во всей экспериментально исследу-

дованной области пространственно-подобных передач импульса $0 \leq Q^2 \leq 3 - 4 \text{ ГэВ}^2$.

В ходе расчетов нам стал известен результат работы ¹³, в которой предпринята попытка вычисления $\langle r_\pi^2 \rangle$ аналогичным методом, однако без привлечения $\langle GG \rangle$ - и $\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2$ -вкладов, расчет которых потребовал от нас наибольших усилий. Учет данных вкладов приводит к увеличению полученного в ¹³ значения для $\langle r_\pi^2 \rangle$ в 1,5 раза, но дело даже не в этом, а в том, что отбрасывание подобных вкладов в рамках метода КХД правил сумм принципиально недопустимо, поскольку именно они аккумулируют информацию о динамике исследуемой системы.

Мы благодарны С.Г.Горшнему, С.А.Ларину и К.Г.Четыркину за полезные обсуждения и А.В.Ефремову за интерес к работе.

Литература

1. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.* Nucl. Phys., 1979, **B147**, 385, 448.
2. *Ioffe B.L.* Nucl. Phys., 1981, **B188**, 317.
3. *Нестеренко В.А., Радюшкин А.В.* Письма в ЖЭТФ, 1982, **35**, 395; *Nesterenko V.A., Radyushkin A.V.* Phys. Lett., 1982, **115**, 410.
4. *Ioffe B.L., Smilga A.V.* Phys. Lett., 1982, **114B**, 353.
5. *Юффе Б.Л., Смилга А.В.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **37**, 250.
6. *Balitsky I.I., Yung A.V.* Phys. Lett., 1983, **129B**, 388.
7. *Беляев В.М., Коган Я.И.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **37**, 611.
8. *Ефремов А.В., Радюшкин А.В.* ТМФ, 1980, **44**, сс. 16, 157, 327; **42**, 147; *Радюшкин А.В.* ЭЧАЯ, 1983, **14**, 58.
9. *Вайнштейн А.И. и др.* ЭЧАЯ, 1982, **13**, 542; *Novikov V.A et al.* Nucl. Phys. B, 1981, **191**, 301.
10. *Bejuaev V.M., Kogan Ya. I.* ИТЕР-12, Moscow, 1984.
11. *Водопьянов А.С., Цыганов Э.Н.* ЭЧАЯ, 1984, **15**, 5.
12. *Bebek C. et al.* Phys. Rev., 1978, **D17**, 1693.
13. *Chetyrkin K.G., Gorishny S.G., Krasulin A.B., Larin S.A., Mateveev V.A.* INR, P-340, Moscow, 1984.