Письма в ЖЭТФ, том 69, вып.8, стр.573 - 578

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ "ГРЯЗНЫХ" ЭКСИТОНОВ

Ю.Е.Лозовик[1], *О.Л.Берман*, *А.М.Рубинский*

Институт спектроскопии РАН

142092 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 22 марта 1999 г.

Рассмотрено влияние случайного поля примесей, шероховатости границ и т.д. на сверхтекучесть трехмерной системы экситонов, а также квазидвумерной системы прямых либо пространственно непрямых экситонов. Исследовано влияние случайного поля на плотность сверхтекучей компоненты в указанных экситонных системах при низких температурах T. Взаимодействие между экситонами учитывалось в лестничном приближении. Для квазидвумерных экситонных систем в случайном поле рассчитана температура перехода Костерлица – Таулесса в сверхтекучее состояние.

PACS: 71.35.+z, 73.20.-r

Система пространственно непрямых экситонов в связанных квантовых ямах [1–4] представляет интерес в связи с предсказанной ранее сверхтекучестью в этой системе [5], проявляющейся в виде незатухающих электрических токов, квазиджозефсоновскими явлениями [5], необычными свойствами в сильных магнитных полях [6–8]. В работах [9] изучались фазовые переходы, которые происходят в системах с пространственно разделенными электронами и дырками. В этих работах рассматривались коллективные свойства непрямых экситонов в идеализированных *чистых* системах без учета случайного поля, обусловленного наличием примесей и неровностью границ квантовых ям.

Однако в условиях постановки экспериментов на слабо-неидеальный газ экситонов действует случайное поле. Транспортные свойства прямых и непрямых экситонов и магнитоэкситонов в случайных полях рассматривались в [10], влияние различных случайных полей на экситонное и магнитоэкситонное поглощение света – в [11, 12], а андерсоновская локализация экситонов – в [13].

Влияние случайного поля на сверхтекучесть и коллективные свойства экситонов представляет интерес и до сих пор не было изучено. Влияние случайного поля на свойства экситонной системы может быть весьма существенным. Действительно, если случайное поле достаточно сильно, оно может приводить к переходу сверхтекучей фазы в фазу бозевского стекла. Мы ограничиваемся рассмотрением влияния слабого случайного поля на коллективные свойства и сверхтекучесть экситонов в неоднородных системах.

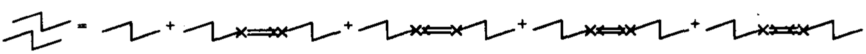
В настоящей работе мы рассматриваем разреженную систему трехмерных экситонов, а также двумерных экситонов в одной квантовой яме и непрямых экситонов в связанных квантовых ямах в случайном поле. В двумерных системах учет экситон-экситонного взаимодействия в боголюбовском приближении работает лишь в нефизически малой области параметров системы вследствие расходимости двумерной амплитуды рассеяния в борновском приближении. Поэтому для учета взаимодействия между двумерными экситонами необходимо использовать лестничное приближение.

[1] e-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

Влияние случайного поля учитывалось по теории возмущения. В работе предсказано уменьшение плотности n_s сверхтекучей компоненты в указанных системах в случайном поле при низких температурах T, а также температуры перехода в сверхтекучее состояние, вызванное влиянием случайного поля.

Наше рассмотрение применимо и к другим физическим реализациям неоднородных бозе-систем, например, к жидкому гелию в случайных пористых средах [14] и т.п.

Влияние случайного поля на плотность сверхтекучей компоненты учтем по теории возмущения до второго порядка по взаимодействию экситонов со случайным полем при конечных температурах T (см. рисунок). Ниже полагаем $\hbar = k_B = 1$.



Диаграммы теории возмущения для учета влияния случайного поля на функцию Грина конденсата. Двойная прямая линия обозначает надконденсатные частицы, крестики – взаимодействие со случайным полем, ломаные линии – конденсат

Функция Грина бозе-конденсата без учета случайного поля $D^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k)$ есть

$$D^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k) = \frac{-(2\pi)^d n_0 \delta(\mathbf{p})}{\omega_k}, \qquad \delta \to 0, \tag{1}$$

где $\omega_k = 2\pi k T$ (k – целое число); d – размерность системы; n_0 – плотность бозе-конденсата в системе экситонов, в отсутствие случайного поля.

Функция Грина бозе-конденсата $D(\mathbf{p}, i\omega_k)$ с учетом случайного поля (рисунок) есть

$$\begin{aligned} D(\mathbf{p}, i\omega_k) = D^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k) + S_d^2 \int \tfrac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^d} D^{(0)}(\mathbf{p_1}, i\omega_k) D^{(0)}(\mathbf{p_2}, i\omega_k)(G^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k) + \\ + F^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k) + G^{+(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k) + F^{+(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k))\langle\langle V^*_{\mathbf{pp_1}} V_{\mathbf{pp_2}}\rangle\rangle, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\ll \ldots \gg$ обозначает усреднение по различным конфигурациям случайного поля; $S_{2(3)}$ – площадь (объем) системы, $G^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k)$ и $F^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k)$ – нормальная и аномальная функции Грина разреженной системы надконденсатных частиц [15] с учетом слабого отталкивающего взаимодействия между экситонами:

$$G^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k) = -\frac{i\omega_k + \varepsilon_0(p) + \mu}{\omega_k^2 + \varepsilon^2(p)}; \quad F^{(0)}(\mathbf{p}, i\omega_k) = -\frac{\mu}{\omega_k^2 + \varepsilon^2(p)}, \tag{3}$$

где $\varepsilon_0(p) = p^2/2M$ – спектр невзаимодействующих экситонов, спектр взаимодействующих экситонов (в отсутствие случайного поля) имеет вид $\varepsilon(p) = \sqrt{(p^2/2M + \mu)^2 - (\mu)^2}$; при малых импульсах спектр возбуждений является звуковым $\varepsilon(p) = c_s p$, где $\mu = M c_s^2$ – химический потенциал, M – масса экситона; c_s – скорость звука.

В использованном приближении (аналогично [14]) учитываются только процессы перехода частиц в конденсат и из конденсата под действием случайного поля и не учитываются процессы рассеяния надконденсатных частиц на случайном поле (но учитывались процессы рассеяния экситонов друг на друге в лестничном приближении – см. выше). Функция Грина $D(x, x')$ не есть функция только разности координат. В импульсном представлении рассматривать ее как функцию только одного импульса $D(\mathbf{p}, i\omega_k)$ можно только после усреднения по различным конфигурациям случайного поля [15]. Использованное приближение справедливо при условии, что в случайном поле почти все частицы при $T = 0$ находятся в конденсате $(N - N_0)/N \ll 1$, если коррелятор случайного поля мал по параметру: $\langle\langle V^*_{\mathbf{p}} V_{\mathbf{p}}\rangle\rangle/\mu^2 \ll 1$. Четвертый член теории возмущений (см. рисунок) с четырьмя крестиками дает вклад в плотность конденсата, меньший второго по тому же самому малому параметру $(N - N_0)/N \ll 1$. Нечетные члены теории возмущений обращаются в нуль для любого гауссового случайного поля.

Плотность нормальной компоненты, которая диссипирует на стенках и примесях, может быть вычислена по формуле Кубо как отклик полного импульса на внешнюю скорость [16]:

$$n_n = -\lim_{\omega\to 0}\left[\frac{Im(\pi(\omega))}{\omega}\right], \tag{4}$$

где $\pi(i\omega)$ – поляризационный оператор при нулевом переданном импульсе:

$$\pi(i\omega) = \frac{1}{dM}\sum_{\mathbf{p}} p^2 T \sum_{\omega'_k} \mathcal{F}(\mathbf{p}, i\omega'_k + i\omega)\mathcal{F}(\mathbf{p}, i\omega'_k), \tag{5}$$

где $\omega_k = 2\pi kT$; $\mathcal{F}(\mathbf{p}, i\omega'_k)$ – полная одночастичная мацубаровская функция Грина непрямого экситона:

$$\mathcal{F}(\mathbf{p}, i\omega'_k) = D(\mathbf{p}, i\omega'_k) + G(\mathbf{p}, i\omega'_k). \tag{6}$$

В поляризационном операторе (5) не учтена перенормировка вершины взаимодействием. Учет взаимодействия в лестничном приближении приводит к появлению члена, малого по параметру $M\Gamma \ll 1$ (Γ – вершина в лестничном приближении). Для двумерной разреженной системы непрямых экситонов этот параметр имеет вид $4\pi/\ln\left(1/8\pi n_{ex} M^2 e^4 D^4\right) \ll 1$ (n_{ex} и D – поверхностная концентрация экситонов и расстояние между квантовыми ямами, соответственно).

Подставим гриновские функции конденсата (2) и надконденсатных частиц (3) в (6). Далее, подставляя (6) в (5) и (4), имеем:

$$n_n = n_n^0 + \frac{N^2}{dM}\int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^d} p^2 \langle\langle V^*_{\mathbf{p}} V_{\mathbf{p}}\rangle\rangle \frac{\varepsilon_0(p)}{\varepsilon^4(p)}. \tag{7}$$

Здесь N – полное число частиц; n_n^0 – плотность нормальной компоненты в чистой системе без примесей:

$$n_n^0 = -\frac{1}{dM}\int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^d} p^2 \frac{\partial n(p)}{\partial \varepsilon}, \tag{8}$$

где $n_0(p) = (e^{\varepsilon(p)/T} - 1)^{-1}$ – распределение идеального бозе-газа температурных возбуждений (ср. с [14]).

В формуле (7) первое слагаемое соответствует вкладу в нормальную компоненту от рассеяния квазичастиц со звуковым спектром в упорядоченной системе при $T \neq 0$. В двумерной системе оно равно: $n_n^0 = 3\zeta(3)T^3/2\pi c_s^4 M$. Второе слагаемое соответствует вкладу в нормальную компоненту от взаимодействия частиц (экситонов) со случайным полем. Плотность сверхтекучей компоненты есть $n_s = n - n_n$

(где n – полная плотность). В использованном приближении случайное поле не влияет на спектр коллективных возбуждений в системе. Таким образом, случайное поле уменьшает плотность сверхтекучей компоненты.

Для слабо взаимодействующих трехмерных и двумерных прямых экситонов скорость звука есть, соответственно [9, 17], $c_{s(3D)} = \sqrt{\mu/M} = \sqrt{13\pi n_{ex} a_{ex}/3M^2}$ (a_{ex} – эффективный боровский радиус); $c_{s(2D)} = \sqrt{\mu/M} = \sqrt{4.71 n_{ex}/M^2}$.

Для учета рассеяния непрямого экситона на непрямом экситоне можно воспользоваться результатами теории слабо неидеального двумерного бозе-газа [18]. Скорость звука для двумерной системы частиц, отталкивающихся по диполь-дипольному взаимодействию $U(R) = e^2D^2/R^3$ в лестничном приближении есть

$$c_s = \sqrt{8\pi n_{ex}/2M^2 \ln\left(1/8\pi n_{ex} M^2 e^4 D^4\right)}.$$

В формуле (7) величина $\varepsilon(p)$ – коллективный спектр, перенормированный взаимодействием между экситонами, которое для разреженной системы может быть учтено в лестничном приближении, позволяющем рассмотреть влияние случайного поля на двумерные системы прямых и непрямых экситонов, для описания которых боголюбовское приближение работает лишь в нефизически малой области параметров системы вследствие расходимости двумерной амплитуды рассеяния в борновском приближении. Однако, двумерные системы представляют интерес в связи с экспериментальными поисками сверхтекучести двумерной системы непрямых экситонов в связанных квантовых ямах [1–3].

В двумерной системе сверхтекучесть появляется ниже температуры перехода Костерлица – Таулесса T_c [19]: $T_c = \pi n_s/2M$, где имеются только связанные вихри. Используя выражение для плотности сверхтекучей компоненты n_s (7), мы получаем уравнение для температуры перехода Костерлица – Таулесса T_c. Его решение есть

$$T_c = \left[\left(1 + \sqrt{\frac{16}{(6\cdot 0.45)^3\pi^4}\left(\frac{MT_c^0}{n'}\right)^3 + 1}\right)^{1/3} + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \sqrt{\frac{16}{(6\cdot 0.45)^3\pi^4}\left(\frac{MT_c^0}{n'}\right)^3 + 1}\right)^{1/3}\right] \frac{T_c^0}{(4\pi)^{1/3}}. \qquad (9)$$

Здесь T_c^0 – вспомогательная величина, равная температуре исчезновения сверхтекучей плотности в приближении среднего поля $n_s(T_c^0) = 0$:

$$T_c^0 = \left(\frac{2\pi n' c_s^4 M}{3\zeta(3)}\right)^{1/3} = \left(\frac{32}{3\zeta(3)\ln^2(1/8\pi n M^2 D^4)}\right)^{1/3} \frac{\pi n'}{M}. \qquad (10)$$

В формулах () и (10) величина n' есть:

$$n' = n - \frac{N^2}{dM}\int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^d} p^2 \langle\langle V_{\mathbf{p}}^* V_{\mathbf{p}}\rangle\rangle \frac{\varepsilon_0(p)}{\varepsilon^4(p)}. \qquad (11)$$

Таким образом, случайное поле уменьшает температуру перехода Костерлица – Таулесса.

Интересной реализацией двумерной системы слабовзаимодействующих бозонов может служить система непрямых экситонов в связанных квантовых ямах. Флуктуации толщины квантовой ямы (КЯ), возникающие в процессе изготовления КЯ, приводят к появлению случайного поля. Взаимодействие непрямого экситона и такого случайного поля имеет вид

$$V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = V_e(\mathbf{r}_e) + V_h(\mathbf{r}_h), \tag{12}$$

где $\mathbf{r}_e$ и $\mathbf{r}_h$ – координаты электрона и дырки;

$$V_{e(h)}(\mathbf{r}) = \alpha_{e(h)}(\xi_{1(3)}(\mathbf{r}) - \xi_{2(4)}(\mathbf{r})), \tag{13}$$

где $\alpha_{e,h} = \partial E^{(0)}_{e,h}/\partial d_{e,h}$; $E^{(0)}_{e,h}$ – нижние уровни энергии электрона и дырки в валентной зоне и зоне проводимости; d – толщина ям; $\xi_{1,2(3,4)}$ – флуктуации толщины на верхней и нижней поверхностях квантовой ямы электрона (дырки). Далее считаем, что флуктуации на разных поверхностях статистически независимы, в то время как на одной поверхности описываются гауссовой корреляционной функцией типа "белый шум":

$$\langle\langle \xi_i(\mathbf{r}_1)\xi_j(\mathbf{r}_2)\rangle\rangle = g_i\delta_{ij}\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \tag{14}$$

где g_i – величина, пропорциональная квадрату амплитуды флуктуации i-ой поверхности.

Подставляя матричный элемент (12) перехода из состояния $\langle \mathbf{p}_1|$ в состояние $\langle \mathbf{p}_2|$ на экситонных волновых функциях в (11), можно найти температуру Костерлица – Таулесса, и при этом в () должна быть подставлена величина

$$n' = n - \frac{n^2}{8c_s^2}[\alpha_e^2(g_1+g_2)+\alpha_h^2(g_3+g_4)](1+\frac{11}{8}M^2c_s^2a^2 + +\frac{3}{4}M^2c_s^2a^2\ln(\frac{1}{4}M^2c_s^2a^2)), \tag{15}$$

где a – эффективный боровский радиус непрямого экситона, зависящий от расстояния между e и h квантовыми ямами, $a \approx a_{2\mathrm{D}} = \epsilon/4m^*e^2$ при $D \ll a$, $a \sim a_{2\mathrm{D}}^{1/4}D^{3/4}$ при $D \gg a$ ($m^* = m_e m_h/(m_e + m_h)$; m_e и m_h – массы электрона и дырки, соответственно).

Взаимодействие экситона со случайным полем, обусловленным флуктуациями состава твердого раствора замещения, имеет вид [12]

$$V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = V(\mathbf{r}_e) + V(\mathbf{r}_h), \tag{16}$$

где

$$V(\mathbf{r}_{e(h)}) = \alpha_{e(h)}\xi(\mathbf{r}_{e(h)}); \tag{17}$$

$\alpha_{e,h} = \frac{\partial E_{e,h}}{\partial x}/N$; $\xi(\mathbf{r})$ – флуктуационное изменение концентрации узлов A, средняя доля которых x, $\tilde{N}$ – концентрация узлов, в которых могут находиться атомы обоих сортов. Гауссова случайная функция $\xi(\mathbf{r})$ удовлетворяет соотношению

$$\langle\langle \xi_i(\mathbf{r}_1)\xi_j(\mathbf{r}_2)\rangle\rangle = \mathbf{N}\mathbf{x}(\mathbf{1}-\mathbf{x})\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1). \tag{18}$$

Подставляя матричный элемент перехода из состояния $< \mathbf{p}_1|$ в состояние $|\mathbf{p}_2 >$ (16) в (7), можно найти плотность сверхтекучей компоненты:

$$n_s = n_{ex} - n_n^0 - \frac{n^2 g(\alpha_e - \alpha_h)^2}{12\pi c_s}(1 - \frac{35}{16}Mc_s a), \tag{19}$$

где $g = Nx(1-x)$; $m_1 = m_2 = M/2$.

Итак, в статье проанализировано влияние случайного поля на плотность n_s сверхтекучей компоненты в системе непрямых экситонов при низких температурах T, а также на температуру перехода Костерлица – Таулесса в сверхтекучее состояние. Показано, что случайное поле уменьшает плотность сверхтекучей компоненты и температуру перехода Костерлица – Таулесса.

Работа была поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований, INTAS, Международной научно-технической программы "Твердотельные наноструктуры". О.Л.Б. был поддержан программой "Соросовские аспиранты" фонда Дж.Сороса ISSEP и программой ICFPM (Международный центр фундаментальной физики в Москве) (96-0457). А.М.Р. был поддержан программой "Соросовские аспиранты" фонда Дж.Сороса ISSEP.

---

1. T.Fukuzawa, E.E.Mendez, and J.M.Hong, Phys. Rev. Lett. **64**, 3066 (1990); J.A.Kash, M.Zachav, E.E.Mendez et al., ibid. **66**, 2247 (1991).
2. U.Sivan, P.M.Solomon, and H.Strikman, Phys. Rev. Lett. **68**, 1196 (1992).
3. L.V.Butov, A.Zrenner, G.Abstreiter et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 304 (1994).
4. M.Bayer, V.B.Timofeev, F.Faller et al., Phys. Rev. **B54**, 8799 (1996).
5. Ю.Е.Лозовик, В.И.Юдсон, Письма в ЖЭТФ **22**, 556 (1975); ЖЭТФ **71**, 738 (1976); Yu.E.Lozovik and V.I.Yudson, Sol. St. Comms. **19**, 391 (1976); А.В.Ключник, Ю.Е.Лозовик, ЖЭТФ **76**, 670 (1979).
6. И.В.Лернер, Ю.Е.Лозовик, ЖЭТФ **78**, 1167 (1980); **80**, 1488 (1981); **82**, 1188 (1982).
7. А.Б.Дзюбенко, Ю.Е.Лозовик, ФТТ **25**, 1519 (1983); **26**, 1540 (1984); A.B.Dzyubenko and Yu.E.Lozovik, J. Phys. **A24**, 415 (1991).
8. Yu.E.Lozovik, O.L.Berman, and V.G.Tsvetus, Pis'ma v ZhETF **66**, 332 (1997); Phys. Rev. **B59**, 5627 (1999).
9. Ю.Е.Лозовик, О.Л.Берман, Письма в ЖЭТФ **64**, 526 (1996); ЖЭТФ **111**, 1879 (1997); ФТТ **39**, 1654 (1997); А.В.Ключник, Ю.Е.Лозовик, ФТТ **20**, 625 (1978).
10. Yu.E.Lozovik and A.M.Ruvinsky, Physica Scripta **58**, 90 (1998).
11. Ю.Е.Лозовик, А.М.Рувинский, ЖЭТФ **114**, 1451 (1998).
12. Н.Н.Аблязов, М.Э.Райх, А.Л. Эфрос, ФТТ **25**, 353 (1983).
13. Ж.С.Геворкян, Ю.Е.Лозовик, ФТТ **29**, 1094 (1987).
14. K.Huang and H.F.Meng, Phys. Rev. Lett. **69**, 644 (1992); H.F.Meng, Phys. Rev. **B49**, 1205 (1994).
15. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, М.: Физматгиз, 1962.
16. G.D.Mahan, *Many-Particle Physics*, Plenum Press, New York, 1990.
17. Л.В.Келдыш, А.Н.Козлов, ЖЭТФ **54**, 978 (1968).
18. Yu.E.Lozovik and V.I.Yudson, Physica **A93**, 493 (1978).
19. J.M.Kosterlitz and D.J. Thouless, J. Phys. **C6**, 1181 (1973); D.R.Nelson and J.M.Kosterlitz, Phys. Rev. Lett. **39**, 1201 (1977).