ПИСЬМА
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 69, ВЫПУСК 10*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *25 МАЯ, 1999*

Письма в ЖЭТФ, том 69, вып.10, стр.669 - 674

О МЕХАНИЗМАХ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

А.В.Авдеенков, С.П.Камерджиев[1)]

Государственный научный центр Российской Федерации "Физико-энергетический институт"

249020 Обнинск, Калужская область, Россия

Поступила в редакцию 18 февраля 1999 г.

После переработки 15 апреля 1999 г.

Получена система уравнений для куперовской щели в ядрах, которая в приближении, квадратичном по амплитуде рождения фонона, учитывает два механизма сверхтекучести – механизм типа Бардина – Купера – Шриффера и квазичастично-фононный механизм. Эти уравнения решены в реалистическом приближении для ^{120}Sn. Если использовать простые предложенные рецепты для определения нового частично-частичного взаимодействия и для усредненной оценки эффекта, то вклад квазичастично-фононного механизма в наблюдаемую величину спаривательной щели составляет 26%, а вклад типа БКШ составляет 74%. Это означает, что спаривание, по крайней мере в полумагических ядрах, имеет смешанную природу – оно обусловлено двумя указанными механизмами, первый из которых в основном поверхностный, а второй – объемный.

PACS: 21.10.-k

В микроскопической теории обычных сверхпроводников механизм сверхпроводимости достаточно хорошо описывается в рамках теории Элиашберга [1], в которой взаимодействие электронов, приводящее к спариванию, обусловлено обменом фононов. В пределе слабого электрон-фононного взаимодействия $g^2 \ll 1$ этот механизм сводится к хорошо известной модели Бардина – Купера – Шриффера (БКШ).

В микроскопической теории ядер со спариванием (немагические ядра) положение несколько другое. Как правило, величина сверхтекучей щели определяется из эксперимента или рассчитывается из уравнения БКШ с феноменологически подобранным частично-частичным (*pp*-) взаимодействием [2, 3]. Это взаимодействие и, следовательно, щель не зависят от энергии. Иначе говоря, квазичастично-фононное взаимодействие (КФВ) в задаче о спаривании в ядрах учитывается лишь эффективно – в той мере, в какой квазичастично-фононный механизм спаривания может быть сведен к указанному механизму БКШ. Это было бы обоснованно, если бы в ядрах выполнялось условие $g^2 \ll 1$, где g – амплитуда рождения фонона. Однако в ядрах

[1)] e-mail: kamerdzhiev@ippe.rssi.ru

со спариванием в каждой из двух нуклонных систем может быть даже $g^2 > 1$ из-за наличия низколежащего коллективного 2^+ уровня [4]. В ядрах же со спариванием в одной из нуклонных систем (полумагические ядра) может осуществляться случай слабого неравенства, $g^2 < 1$ (см. расчеты для ^{120}Sn в [5]). Таким образом, необходимо явно рассмотреть квазичастично-фононный механизм спаривания, и сначала представляет интерес изучить реалистический случай $g^2 < 1$.

Хорошо известно, что наиболее коллективные низколежащие фононы, которые и дают наибольший вклад в эффекты КФВ в ядрах, являются в основном поверхностными колебаниями. Поэтому явное выделение квазичастично-фононного механизма спаривания позволит ответить на старый вопрос, является ли спаривание в ядрах объемным или поверхностным эффектом. На феноменологическом уровне – с помощью введения "внутренней" F^{ξ}_{in} и "внешней" F^{ξ}_{ex} амплитуд pp-взаимодействия этот вопрос обсуждался в [6] в рамках теории конечных ферми-систем, где было получено, что для изотопов Sn спаривание является в основном объемным эффектом. На микроскопическом уровне вопрос о природе спаривания поднимался в [7].

Учет КФВ в частично-дырочном канале оказался важным для количественного и качественного понимания многих ядерных явлений, прежде всего для описания возбуждений ядра [3, 4, 8]. Последовательный учет КФВ в pp-канале, в том числе для задачи о спаривании, должен привести к улучшению описания, по крайней мере, низколежащих возбуждений как в нечетных (см. [5], где это показано количественно), так и в четно-четных ядрах со спариванием. Это особенно актуально в настоящее время в связи с появлением качественно новых экспериментальных возможностей на гамма-спектрометрах типа EUROBALL, которые уже начали работать в Европе и США [9].

В ферми-системах со свертекучестью необходимо использовать, кроме обычных одночастичных функций Грина G и $G^{(h)}$, аномальные одночастичные функции Грина $F^{(1)}$ и $F^{(2)}$. Для реалистического описания следует явно выделить хорошо известные составляющие, то есть среднее поле и спаривание, описываемое уравнением типа БКШ, после чего рассмотреть поправки в первом порядке по g^2 во всех массовых операторах. Эта задача, то есть формулировка уравнений для щели в g^2-приближении, рассматривается в первой части настоящей работы. Во второй части представлены первые результаты расчетов для ^{120}Sn.

Представим каждый из полных массовых операторов в системе уравнений для G и F как сумму двух слагаемых, первое из которых не зависит от энергии, а второе зависит:

$$\begin{aligned} \Sigma(\varepsilon) = \tilde{\Sigma} + M(\varepsilon), \quad \Sigma^{(h)}(\varepsilon) = \tilde{\Sigma}^{(h)} + M^{(h)}(\varepsilon), \\ \Sigma^{(1)}(\varepsilon) = \tilde{\Sigma}^{(1)} + M^{(1)}(\varepsilon), \quad \Sigma^{(2)}(\varepsilon) = \tilde{\Sigma}^{(2)} + M^{(2)}(\varepsilon), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\tilde{\Sigma}$ и $\tilde{\Sigma}^{(h)}$ соответствуют среднему полю, а величины $\tilde{\Sigma}^{(1)}$ и $\tilde{\Sigma}^{(2)}$ – спариванию, описываемому механизмом типа БКШ. Величины M^i содержат КФВ в явном виде и берутся в g^2-приближении:

$$M(\varepsilon) = M^{(h)}(-\varepsilon) =$$

, (2)

$M^{(1)}(\varepsilon) =$  , $M^{(2)}(\varepsilon) =$  , (3)

где кружок означает амплитуду рождения фонона g и функций Грина в массовых операторах M^i фононов не содержат. Парные фононы здесь и в дальнейшем не учитываются, поскольку их вклад должен быть мал.

В дальнейшем имеется в виду, что исходными составляющими задачи являются среднее поле, описываемое феноменологическим потенциалом Вудса – Саксона, и величина щели, которая удовлетворяет уравнению БКШ с феноменологически подобранным pp-взаимодействием. Такой подход в теории ядра в настоящее время является наиболее реалистическим, в особенности при описании экспериментов для немагических ядер.

Из-за феноменологической природы входных величин – одночастичных энергий ε_λ и величин щели Δ_λ (λ – набор одночастичных квантовых чисел) – энергии ε_λ должны содержать вклад слагаемых M [10], а величины $\Delta_\lambda^{(1),(2)}$ – вклад слагаемых $M^{(1),(2)}$. Последнее можно увидеть из обычного уравнения БКШ с феноменологическим pp-взаимодействием, записанным в терминах метода функций Грина [2]:

$$\Delta_\lambda^{(2)} = \Delta_\lambda^{(1)} = \sum_{\lambda'} F^{\xi}_{\lambda\bar{\lambda}\lambda'\bar{\lambda}'} F^{(2)}_{\lambda'}; \tag{4}$$

здесь $F^{(2)}_{\lambda'}$ – аномальная функция Грина – Горькова, F^{ξ} – перенормированная амплитуда взаимодействия, не приводимая в pp-канале. Следовательно, в F^{ξ} входят графики, соответствующие обмену фононами, то есть можно записать [7, 11] (символически):

$$F^{\xi} = W + gDg, \tag{5}$$

где W – новое pp-взаимодействие, D – функция Грина фонона. Тогда выделение полюсного графика с фононом в (5) согласно (4) соответствует учету $M^{(2)}$ (3) в (1) . Следовательно, чтобы избежать двойного учета величин M^i, их необходимо исключить из феноменологических величин, то есть "очистить" последние от КФВ. Эти очищенные величины везде отмечены знаком "тильда".

Система уравнений для одночастичных функций Грина в нашем g^2-приближении имеет (символический) вид [5, 12]

$$\begin{aligned} G &= \tilde{G} + \tilde{G}MG - \tilde{F}^{(1)}M^{(h)}F^{(2)} - \tilde{G}M^{(1)}F^{(2)} - \tilde{F}^{(1)}M^{(2)}G, \\ F^{(2)} &= \tilde{F}^{(2)} + \tilde{F}^{(2)}MG + \tilde{G}^{(h)}M^{(h)}F^{(2)} - \tilde{F}^{(2)}M^{(1)}F^{(2)} + \tilde{G}^{(h)}M^{(2)}G, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\tilde{G}$ и $\tilde{F}^{(2)}$ – известные горьковские функции Грина, которые, в отличие от обычного случая [2, 3], содержат $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\Delta}$, очищенные от вкладов соответствующих M^i.

Следуя далее [7], представим массовые операторы M и $M^{(h)}$ в виде суммы четной и нечетной по энергии частей, например, для $M = M_{(e)} + \mathrm{M}_{(o)}$. Тогда, определяя возбуждения нечетного ядра как полюсы функций Грина, получим из системы (6) формальное выражение для этих энергий [5]:

$$E_{\lambda\eta} = \sqrt{\varepsilon^2_{\lambda\eta} + \Delta^2_{\lambda\eta}}, \tag{7}$$

где

$$\varepsilon_{\lambda\eta} = \frac{\tilde{\varepsilon}_\lambda + M_{(e)\lambda}(E_{\lambda\eta})}{1 + q_{\lambda\eta}}, \quad \Delta_{\lambda\eta} = \frac{\tilde{\Delta}_\lambda + M_\lambda^{(1,2)}(E_{\lambda\eta})}{1 + q_{\lambda\eta}} \tag{8}$$

и обозначено $q_{\lambda\eta} = -M_{(o)\lambda}(E_{\lambda\eta})/E_{\lambda\eta}$. Здесь индекс η есть номер решения системы (7) – (8). Отличие от [7] здесь в том, что, вводя ненаблюдаемые, или очищенные, величины $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ и $\tilde{\Delta}_\lambda$, мы избегаем двойного учета величин M^i.

Из соотношений (7), (8) можно получить связь феноменологических и очищенных величин. Так как используемые нами экспериментальные одноквазичастичные энергии должны соответствовать доминантным (имеющим максимальный спектроскопический фактор) уровням, то очистка должна быть такой, чтобы после решения уравнений Дайсона (6) одно из решений совпало с экспериментальным значением и уровень остался бы доминантным. Именно эти экспериментальные одноквазичастичные энергии служат входными данными для всей нашей задачи. Используя указанное условие и соотношения (8), получаем:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\tilde{\varepsilon}_\lambda + M_{(e)\lambda}(E_\lambda)}{1 + q_\lambda(E_\lambda)}, \tag{9}$$

$$\Delta_\lambda \equiv \Delta_\lambda^{(1,2)} = \frac{\tilde{\Delta}_\lambda + M_\lambda^{(1,2)}(E_\lambda)}{1 + q_\lambda(E_\lambda)},$$

где $E_\lambda = \sqrt{\varepsilon_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2}$. В формулах (7) – (9) энергии $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ и ε_λ отсчитываются от соответствующего химического потенциала $\tilde{\mu}$ или μ. Решая эти нелинейные уравнения, можно найти очищенные $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ и $\tilde{\Delta}_\lambda$, если известны феноменологические ε_λ и Δ_λ.

Получим теперь уравнение для $\tilde{\Delta}_\lambda$. Для этого, учитывая, что в пределе отсутствия КФВ ($M^i = 0$) $\Sigma^{(1,2)}$ переходит в обычную щель БКШ, и обобщая соответствующее рассмотрение в теории конечных ферми-систем [2] (см. (4)), запишем выражение для массового оператора:

$$\Sigma^{(1,2)} = \bar{F}^\xi F^{(1,2)}, \tag{10}$$

где $F^{(1,2)}$ удовлетворяет системе уравнений (6). Здесь $\bar{F}^\xi$ – неприводимая в pp-канале амплитуда, которая должна отличаться от $F^{(\xi)}$ в (4), так как функции Грина в уравнениях (4) и (10) различны. Ее также можно представить в виде суммы двух частей, подобном (5):

$$\bar{F}^\xi = \bar{W} + gDg. \tag{11}$$

Взаимодействие $\bar{W}$ предполагается не зависящим от энергии. Функцию Грина $F^{(2)}$ в (10) следует взять также в g^2-приближении (первая итерация в (6)):

$$F^{(2)} \approx \tilde{F}^{(2)} + \tilde{F}^{(2)} M \tilde{G} + \tilde{G}^{(h)} M^{(h)} \tilde{F}^{(2)} - \tilde{F}^{(2)} M^{(1)} \tilde{F}^{(2)} + \tilde{G}^{(h)} M^{(2)} \tilde{G}. \tag{12}$$

Из соотношений (10) – (12), отбрасывая члены большего порядка, чем $g^{(2)}$, получаем:

$$\Sigma^{(2)}(\varepsilon) = W\tilde{F}^{(2)} + gDg\tilde{F}^{(2)} + W(\tilde{F}^{(2)} M \tilde{G} + \tag{13}$$
$$+\tilde{G}^{(h)} M^{(h)} \tilde{F}^{(2)} - \tilde{F}^{(2)} M^{(1)} \tilde{F}^{(2)} + \tilde{G}^{(h)} M^{(2)} \tilde{G}) \equiv \tilde{\Delta} + M^{(2)}.$$

Сравнивая (1) и (13), видим, что $\bar{\Delta} = \tilde{\Delta}^{(2)}$, то есть введенная выше очищенная $\tilde{\Delta}^{(2)}$ удовлетворяет следующему нелинейному уравнению

$$\tilde{\Delta}^{(2)} = W(\tilde{F}^{(2)} + W\tilde{F}^{(2)}M\tilde{G} + \\ +\tilde{G}^{(h)}M^{(h)}\tilde{F}^{(2)} - \tilde{F}^{(2)}M^{(1)}\tilde{F}^{(2)} + \tilde{G}^{(h)}M^{(2)}\tilde{G}). \tag{14}$$

Слагаемые с M^i в (14) дают искомый вклад КФВ в $\bar{\Delta}$, а слагаемое $\bar{\Delta}_{\rm BCS} \equiv \bar{W}\tilde{F}^{(2)}$ описывает механизм спаривания БКШ, но с другим по сравнению с F^ξ в (4), взаимодействием $\bar{W}$.

Таким образом, чтобы полностью учесть (в g^2-приближении) КФВ в задаче о спаривании в ядрах, необходимо решить две задачи: 1) из системы уравнений (9) найти $\bar{\Delta}_\lambda$, предварительно определив из эксперимента величины ε_λ и Δ_λ, и 2) решить уравнение (14) для величин $\bar{\Delta}_\lambda$, точнее, зная эти величины, найти взаимодействие $\bar{W}$ и тем самым определить вклад слагаемых с фононами и слагаемых без фононов в величину $\bar{\Delta}_\lambda$.

Мы выполнили соответствующие расчеты для полумагического ядра ^{120}Sn. Вначале с помощью подгоночной итерационной процедуры были определены феноменологические ε_λ, Δ_λ, исходя из имеющихся экспериментальных данных для соседних ядер ^{119}Sn и ^{121}Sn (см. [5]). При решении уравнения (4) использовалось феноменологическое *pp*-взаимодействие, полученное в [6]: $F^\xi = -C_0/\ln(c_p/\xi)$, где ξ – параметр обрезания суммирования в пределах $\xi - \mu < \varepsilon_\lambda < \xi + \mu$. Для решения системы (9) и уравнения (14) использовались 21 наиболее коллективные $2^+, 3^-, 4^+, 5^-, 6^+$ фононы с энергией, не превышающей энергию связи нейтрона, которые были рассчитаны нами для ^{120}Sn в рамках теории конечных ферми-систем [2] (подробнее см. [5]). Из-за вычислительных трудностей, связанных с решением указанных нелинейных уравнений, расчеты выполнялись для 8 одночастичных нейтронных уровней от $1g9/2$ до $3p3/2$ в области поверхности Ферми. Однако это ограничение является достаточно разумным, поскольку вклад КФВ наиболее заметен именно для таких уровней.

Определение параметров нового взаимодействия $\bar{W}$ в (14) является отдельной и весьма сложной задачей, даже если находить $\bar{W}$ из условия совпадений величин $\bar{\Delta}_\lambda$, полученных из системы (9) и из решения уравнения (14). Поэтому мы использовали здесь самый простой метод. Взаимодействие $\bar{W}$ было взято в том же функциональном виде [6], что и в уравнении (4), но параметр c_p подбирался из условия совпадения усредненных величин $\bar{\bar{\Delta}}$, найденных из решения системы (6) и уравнения (14). Усреднение проводилось по формуле

$$\bar{\bar{\Delta}} = \frac{\sum_j \tilde{\Delta}_\lambda(2j+1)}{\sum_j(2j+1)}. \tag{15}$$

Мы получили следующие результаты. Вклад величины $\bar{\bar{\Delta}}_{\rm BCS}$, характеризующий механизм БКШ с новым взаимодействием $\bar{W}$, составляет 74% от усредненной феноменологической щели, равной 1.42 МэВ. Следовательно, 26% – это вклад квазичастично-фононного механизма спаривания. При этом вклад от запаздывающего *pp*-взаимодействия, обусловленного обменом фононом (величина $(\bar{\Delta} - \bar{\bar{\Delta}})/\bar{\Delta}$), равен 31%, а усредненный вклад в $\bar{\bar{\Delta}}$ от графиков с КФВ, входящих в уравнение (14), равен -5% Последний результат естественен: как и в случае частично-дырочного канала [8], вкладом слагаемых, соответствующих графикам с "поперечным фононом"

(phonon exchange graph), и "со вставками" (self-energy graph), противоположны по знаку. Однако вклад графиков со "вставками" в нашем случае получился небольшим.

Главный результат нашего расчета состоит в том, что спаривание в полумагических ядрах имеет смешанную процедуру. Наиболее значительный вклад в величину щели вносит механизм БКШ с очищенным *pp*-взаимодействием, а вклад квазичастично-фононного механизма, имеющего, в основном, поверхностную природу, менее значителен. Если использовать предложенные простые рецепты для определения нового *pp*-взаимодействия и для оценки эффекта путем усреднения по формуле (15), вклад КФВ составит 26% от величины наблюдаемой щели для ^{120}Sn. Во всяком случае, полученный результат необходимо учитывать при микроскопическом описании современных экспериментов по изучению низколежащих возбуждений в немагических ядрах. Для нечетных ядер это будет показано в [5] в рамках более феноменологического, чем в настоящей работе, подхода, в котором решалась только система уравнений (9).

С.К. благодарен Б.Моттельсону и Г.М.Элиашбергу за обсуждение результатов настоящей работы.

---

1. Г.М.Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960); J.P.Carbotte, Rev. Mod. Phys. **62**, 1027 (1990).
2. А.Б.Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, М.: Наука, 1983.
3. В.Г.Соловьев, *Теория атомного ядра–квазичастицы и фононы*, М.: Энергоатомиздат, 1989.
4. О.Бор, Б.Моттельсон, *Структура атомного ядра*, т.2, М.: Мир, 1977.
5. А.В.Авдеенков, С.П.Камерджиев, Ядерная физика **62**, No4 (1999).
6. М.В.Зверев, Э.Е.Саперштейн, Ядерная физика **39**, 1390 (1985).
7. С.Г.Кадменский, П.А.Лукьянович, Ядерная физика **49**, 384 (1989).
8. С.П.Камерджиев, Г.Я.Тертычный, В.И.Целяев, ЭЧАЯ **28**, 333 (1997).
9. Progr. Part. Nucl. Phys. **38**, Ed. A.Faessler, Pergamon, 1997.
10. С.П.Камерджиев, Письма в ЖЭТФ **30**, 532 (1979); Ядерная физика **38**, 316 (1983).
11. F.J.W.Hahne, W.D.Heiss, and C.A.Engelbrecht, Ann of Phys. **104**, 251 (1977).
12. С.П.Камерджиев, Ядерная физика **60**, 572 (1997).