Письма в ЖЭТФ, том 40, вып. 2, стр. 80 – 82 *25 июля 1984 г.*

АНОМАЛЬНАЯ ВЯЗКОСТЬ И ВРАЩЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ

Б.Б.Кадомцев, Д.Х.Морозов, О.П.Погуце

Получено выражение для коэффициента вязкости, связанного с микротурбулентностью плазмы. Соответствующая сила торможения пропорциональна энергетическому времени жизни и может объяснить аномально быстрое затухание вращения плазмы в токамаке.

При наклонной инжекции частиц в плазму токамака наблюдается раскручивание плазменного шнура в тороидальном направлении [1, 2]. При выключении инжектора скорость вращения быстро затухает. Время затухания не может быть объяснено неоклассической теорией, и наиболее вероятным в настоящее время считается механизм торможения вращения при трении о нейтральный газ. Однако и в этом случае теоретическое время торможения в несколько раз превышает экспериментальное. Кроме того, таким механизмом торможения трудно объяснить экспериментальный факт, что время торможения порядка энергетического времени жизни плазмы.

В настоящей работе мы хотим предложить возможный механизм торможения, связанный с аномальной вязкостью плазмы в токамаке. Эта вязкость естественным образом следует из системы уравнений, недавно предложенной в работе [3] для самосогласованного описания процессов переноса в токамаке. Полученное выражение для времени торможения оказывается пропорциональным энергетическому времени.

Система уравнений [3] состоит из уравнения для обобщенного вихря

$$\rho_0 \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\rho_0 c}{B_0} [\mathbf{e}_z , \nabla\varphi] \cdot \nabla \Gamma = \frac{(\mathbf{B}, \nabla)}{4\pi} \Delta_\perp \psi , \tag{1}$$

где $\Gamma = \dfrac{c}{B_0} \Delta_\perp \varphi = \mathrm{rot}_z \mathbf{v}_\perp$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + [\mathbf{e}_z , \nabla\psi]$, $\Delta_\perp \psi = \dfrac{4\pi}{c} j_\parallel$, ρ_0 – плотность плазмы, уравнения непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{c}{B_0}[\mathbf{e}_z,\ \nabla\varphi]\cdot\nabla n = \frac{c}{4\pi e}\frac{(\mathbf{B},\nabla)}{B_0}\Delta_\perp\psi \qquad (2)$$

и закона Ома

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = c\frac{\mathbf{B}}{B_0}\cdot\left(\nabla\varphi - \frac{\nabla p_e}{en}\right) + \frac{c^2\hat{\eta}}{4\pi}\Delta_\perp\psi\,, \qquad (3)$$

где $\hat{\eta} = \hat{\sigma}^{-1}$ – оператор удельного сопротивления плазмы, $\hat{\sigma}$ – оператор проводимости [3]. К системе (1) – (3) можно добавить еще уравнение для T_e, но оно нам не понадобится. Несмотря на то, что в эти уравнения входит лишь $\mathbf{v}_\perp$, их можно использовать для описания тороидального вращения. Действительно, полоидальное вращение тормозится за время $\tau_p \sim \dfrac{<|\nabla\psi|^2>\rho_0}{\mu<(\mathbf{B}\cdot\nabla B/B_0)^2>}$ значительно меньшее времени торможения тороидального вращения τ_ϕ [4] (μ – неоклассический коэффициент вязкости, угловые скобки означают усреднение по магнитной поверхности). Для времен $t \gg \tau_p$ полоидальные компоненты $\mathbf{v}_\parallel$ и $\mathbf{v}_\perp$ с точностью до членов, пропорциональных ∇T, скомпенсированы, и уравнения (1) – (3) могут быть использованы для описания тороидального вращения.

В [3] показано, что за счет члена $(\mathbf{B},\nabla)j_\parallel$ в уравнении (2) при учете конечной проводимости возникает диффузия плазмы поперек магнитных поверхностей с коэффициентом порядка $D \sim \dfrac{c^2\nu_e}{\omega_{pe}^2 qR}\epsilon^\alpha$ ($1 \leqslant \alpha \leqslant 2$). Заметим, что в уравнении для вихря (1) в правой части стоит точно такой же член $(\mathbf{B},\ \nabla)\,\Delta_\perp\psi$. В работе [3] рассматривается случай, когда отсутствовала средняя макроскопическая скорость вращения. При ее наличии в правой части (1) и (2) появляется поток завихренности, пропорциональный градиенту завихренности. Покажем это для простейшего случая плазмы с однородной плотностью и температурой (при учете градиентов n и T в потоках просто аддитивно добавятся члены, пропорциональные ∇n и ∇T (см. [3]). Введем, как и в работе [3], тороидальные поверхности $\Phi=$ const, движущиеся вместе с плазмой

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{c}{B_0}[\mathbf{e}_z,\ \nabla\varphi]\cdot\nabla\Phi = 0 \qquad (4)$$

и расположим на них в начальный момент силовые линии: $\mathbf{B}\cdot\nabla\Phi = 0\ (t=0)$. Тогда, как показано в [3], в последующие моменты времени мы будем иметь соотношение

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{B},\nabla\Phi) = [\nabla\hat{\eta}\Delta_\perp\psi,\nabla\Phi]_z\ ;\quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{c}{B_0}[\mathbf{e}_z,\ \nabla\varphi]\cdot\nabla\ . \qquad (5)$$

Теперь вычислим изменение завихренности внутри объема, ограниченного поверхностью Φ = const

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\Phi=\mathrm{const}}\Gamma dV = \int\frac{\partial\Gamma}{\partial t}dV + \int\Gamma\,\mathbf{v}\cdot d\mathbf{s} = \int(\mathbf{B},\nabla)\Delta_\perp\psi\frac{dV}{4\pi\rho_0} = \frac{1}{4\pi\rho_0}\int\Delta_\perp\psi\,\mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} \qquad (6)$$

При дифференцировании в (6) мы учли, что сама поверхность $\Phi=$ const смещается во времени согласно (4). В последнем интеграле (6) интегрирование ведется по поверхности $\Phi=$ = const. Учитывая, что $d\mathbf{s} = \dfrac{\nabla\Phi}{|\nabla\Phi|}ds$, и соотношение (5), мы можем записать (6) как

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\Gamma dV = -\int\Pi\,ds, \qquad (7)$$

где П – поток завихренности из объема, ограниченного поверхностью $\Phi = \mathrm{const}$.

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\rho_0} \int_{-\infty}^{t} \Delta_{\perp} \psi(t) \frac{[\nabla(\hat{\eta}\Delta_{\perp}\psi(t')), \nabla\varphi(t')]_{\perp}}{|\nabla\Phi|} dt'. \tag{8}$$

Для малых флуктуаций и почти цилиндрических усредненных поверхностей этот поток имеет только радиальную компоненту и равен

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\rho_0} \int_{-\infty}^{t} j_{\parallel}(t) \frac{\partial}{r\partial\theta} \tilde{E}_{\parallel}(t')dt'. \tag{9}$$

Мы переписали П через более наглядные величины: ток $\tilde{j}_{\parallel} = \frac{c}{4\pi}\Delta_{\perp}\psi$ и электрическое поле $\tilde{E}_{\parallel} = \hat{\eta}\tilde{j}_{\parallel}$. При вычислении (9) можно воспользоваться квазилинейным приближением и выразить $\tilde{j}_{\parallel} \sim \tilde{E}_{\parallel}$ через $\tilde{\varphi}$, а затем через смещение плазмы $\xi = (ck_y/B\omega)\tilde{\varphi}$. В результате получим

$$\Pi = \hat{\nu}\frac{d}{dx}\Delta_{\perp}\varphi, \tag{10}$$

где $\hat{\nu}$ – кинематическая турбулентная вязкость записывается через смещение ξ в виде

$$\hat{\nu} = \frac{c^4\omega_{Bi}^2}{8\pi\omega_{pi}^2} \sum_{k,\,\omega} \frac{k_{\parallel}^2 k_{\perp}^4 \eta}{\omega^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial k_x^2} |\xi|^2 - \left|\frac{\partial\xi}{\partial k_x}\right|^2 - k_{\perp}^{-4} \left|\frac{\partial}{\partial k_x} k_{\perp}^2 \xi\right|^2 \right) \tag{11}$$

$$k_x = \nabla\langle\Phi\rangle / |\nabla\langle\Phi\rangle|$$

Сравнивая ее с коэффициентом электронной температуропроводности, находим

$$\hat{\nu} = \frac{m}{M}\chi_e \tag{12}$$

В результате уравнение для вихря приобретает вид

$$\rho_0 \frac{d\Gamma}{dt} = (\mathbf{B},\nabla)j + \nabla\hat{\mu}\nabla\Gamma, \tag{13}$$

где $\hat{\mu} = \rho_0\hat{\nu}$. Последний член в (13) описывает диффузию завихренности за счет мелкомасштабной $(k \sim (\omega_{pe}/c))$ турбулентности. Соответствующее время торможения вращения τ_ϕ связано с временем жизни плазмы τ_{Ee} соотношением

$$\tau_\varphi = \tau_{Ee}\beta\frac{M}{m}. \tag{14}$$

Для установки PDX оценка дает $\tau_\phi^{teor} \approx 100$ мс, что совпадает с экспериментом ($\tau_\phi^{exp} \approx 80 \div 100$ мс [2]). Для установки PLT $\tau_\varphi^{teor} \approx 80$ мс, $\tau_\phi^{exp} \approx 20$ мс [1]. Учитывая оценочный характер формулы (14), и здесь наблюдается удовлетворительное согласие.

Интересной особенностью формулы (14) является сильная зависимость от плотности ($\sim n^2$). На самом деле время торможения зависит от самосогласованных профилей плотности, скорости и температуры, которые могут нивелировать зависимость $\sim n^2$.

Авторы благодарны В.С. Муховатову за обсуждения.

Литература

1. *Suckewer S., Eubank H.P., Goldston R.J., McEnerney J., Sauthoff N.R.* Nucl. Fusion, 1981, **21**, 1301.
2. *Brau K., Bitter M., Goldston R.J., Manos D., Mcguire K., Suckewer S.* Nucl. Fusion, 1983, **23**, 1643.
3. *Кадомцев Б.Б., Погуце О.П.*, Письма в ЖЭТФ, 1984, **39**, 225.
4. *Hirsman S.P.* Nucl. Fusion, 1978, **18**, 917..

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
14 июня 1984 г.