Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.3, стр.160 - 165 © 1996г. 10 февраля

ГЕНЕРАЦИЯ СЖАТЫХ СОСТОЯНИЙ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ СИСТЕМЫ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

*В.В.Кулагин, В.А.Черепенин**

Государственный астрономический институт им.П.К.Штернберга Московского государственного университета им.М.В.Ломоносова 119899 Москва, Россия

**Институт радиотехники и электроники РАН 103907 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 декабря 1995 г.

Исследуются статистические характеристики электромагнитной волны, отраженной от системы электронных зеркал, располагающихся последовательно друг за другом и сформированных из свободных электронов. Такая конфигурация электронного потока характерна, в частности, для лазеров на свободных электронах. Получено выражение для коэффициента сжатия поля отраженной волны и найдена оптимальная геометрическая конфигурация системы электронов. Численные оценки показывают, что сжатие может быть существенным для большого количества электронных зеркал.

PACS 42.50.Dv, 41.60.Cr

Проблема генерации сжатых состояний света [1,2] имеет принципиальное значение для современной экспериментальной физики. Получение коэффициента сжатия более нескольких единиц открывает новые перспективы во многих фундаментальных и прикладных областях: в экспериментах с пробными телами, в частности, связанных с поиском гравитационных волн, появляется возможность преодолеть так называемый стандартный квантовый предел чувствительности [3–5], в сверхтонкой спектроскопии можно существенно увеличить точность измерений, при передаче информации растет отношение сигнал/шум, что позволяет увеличить пропускную способность канала связи и количество потребителей информации без ухудшения качества приема [6].

Наиболее перспективными эффектами для генерации сжатых состояний в настоящее время считаются вырожденное параметрическое усиление [7] и вырожденное четырехволновое смешение [8]. Однако для получения существенного сжатия требуются большие нелинейности (большие амплитуды накачки) и малые затухание и избыточные шумы. К сожалению, в современном эксперименте эти требования не удается выполнить одновременно [9], поэтому поиск альтернативных механизмов генерации сжатых состояний света имеет принципиальное значение для дальнейшего развития этой области физики.

В работе [10] проанализирован механизм генерации сжатых состояний света при отражении волны накачки от резонатора с упруго подвешенным зеркалом. В этом случае нелинейность имеет "механическое" происхождение: чем больше интенсивность падающей волны, тем больше давление света на зеркало и тем сильнее оно смещается, изменяя фазу отраженной волны. Появляющаяся корреляция квадратурных компонент отраженного света свидетельствует о наличии сжатия в отраженной волне. Однако коэффициент этого сжатия оказывается малым из-за большой массы зеркала и затухания механического осциллятора, с которым связаны избыточные (не следующие из законов квантовой механики) тепловые шумы подвеса.

Для реализации "механического" типа сжатия поля наиболее подходит система электронных зеркал, состоящих из свободных электронов, сгруппированных определенным образом. В этом случае масса зеркала минимальна. В то же время, затухание механических движений электронов связано, в основном, с радиационным трением, которое для оптических частот и не слишком больших полей пренебрежимо мало. Настоящая работа посвящена исследованию статистических и динамических характеристик электромагнитной волны, отраженной от системы электронных зеркал, сформированных из свободных электронов, с целью определения возможного коэффициента сжатия и оптимальных параметров системы.

Рассмотрим сначала статистику поля при отражении от одного электронного зеркала (плоскопараллельного слоя толщиной l), имеющего внутри постоянную концентрацию электронов N. Тогда такую среду можно описать с помощью эффективного коэффициента преломления [11] $n = 1 - \omega_c^2/(2\omega_p)^2$, где критическая частота $\omega_c^2 = 4\pi N e^2/m$ (e и m – заряд и масса электрона), а ω_p – частота падающего поля. Подбирая толщину слоя l так, чтобы модуль амплитудного коэффициента отражения r_1 был максимальным, найдем [11] (t_1 – амплитудный коэффициент прохождения)

$$r_1 = (1 - n^2)/(1 + n^2), \quad t_1 = 2ni/(1 + n^2), \tag{1}$$

причем толщина слоя l должна удовлетворять условию

$$\sin(2nl\omega_p/c) = 0; \quad l = \lambda_p/4 + m\lambda_p/2, \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{2}$$

Представляя падающее слева и отраженное поле через квадратурные компоненты [5]

$$\begin{aligned} E_i &= (A + a_1)\cos\omega_p(t - x/c) + a_2 \sin\omega_p(t - x/c), \\ E_r &= (B + b_1)\cos\omega_p(t + x/c) + b_2 \sin\omega_p(t + x/c), \end{aligned} \tag{3}$$

где A и B – средние значения (амплитуды) падающей и отраженной волн накачки, а a_1, a_2, b_1 и b_2 – операторы флуктуаций квадратурных компонент; для b_1 и b_2 найдем следующие выражения:

$$b_1(\omega) = r_1 a_1(\omega) - |t_1| d_2(\omega), \quad b_2(\omega) = r_1(a_2(\omega) + 2\omega_p X(\omega) A/c) + |t_1| d_1(\omega). \tag{4}$$

Здесь d_1 и d_2 – операторы квадратурных компонент поля в вакуумном состоянии, падающего на электронное зеркало с обратной стороны (справа), X – оператор координаты электронного зеркала (выбрана система отсчета, в которой средняя скорость электронов равна нулю). Пусть падающая на зеркало слева волна находится в когерентном состоянии, тогда для корреляционной матрицы спектральных плотностей a_1 и a_2 получим [5]

$$\begin{aligned} &< a_1^+(\omega)a_1(\omega') + a_1(\omega')a_1^+(\omega) > /2 =< a_2^+(\omega)a_2(\omega') + a_2(\omega')a_2^+(\omega) > /2 = \\ &= N_0\delta(\omega - \omega'), \qquad < a_1(\omega')a_2(\omega) >=< a_1^+(\omega')a_2(\omega) >\approx 0, \end{aligned} \tag{5}$$

где $N_0 = \pi\hbar\omega_p/cS$ – спектральная плотность вакуумных флуктуаций, S – поперечное сечение луча накачки.

Для корреляционной матрицы спектральных плотностей квадратурных компонент d_1 и d_2 поля, падающего на электронное зеркало справа, также справедливы выражения (5).

Для получения замкнутой системы уравнений необходимо выразить координату зеркала X через силу давления волн, падающих на зеркало. Поскольку нас интересует только флуктуационная составляющая, то в линейном приближении по амплитудам квадратурных компонент найдем

$$F_p = Sr_1^2 A a_1 / 2\pi. \tag{6}$$

Тогда для координаты зеркала $X(\omega)$ имеем следующее выражение:

$$X(\omega) = SAr_1^2 a(\omega)/2\pi L(\omega), \tag{7}$$

где $L^{-1}(\omega)$ – передаточная функция "сила–смещение" для электронного зеркала. В частном случае механического осциллятора

$$L(\omega) = M(\omega_\mu^2 - \omega^2), \tag{8}$$

где M – общая масса зеркала, ω_μ – эквивалентная частота механических колебаний зеркала в направлении, перпендикулярном его поверхности. Тогда окончательно для квадратурных компонент отраженного поля найдем

$$b_1(\omega) = r_1 a_1(\omega) - |t_1| d_2(\omega), \quad b_2(\omega) = r_1(a_2(\omega) + \rho(\omega) a_1(\omega)) + |t_1| d_1(\omega), \tag{9}$$

где коэффициент $\rho(\omega)$ имеет вид

$$\rho(\omega) = S\omega_p A^2 r_1^2 / \pi c L(\omega) = -8\omega_p W r_1^2 / Mc^2(\omega^2 - \omega_\mu^2), \tag{10}$$

W – мощность лазера, создающего волну накачки.

Корреляционная матрица спектральных плотностей квадратурных компонент отраженной волны имеет, согласно (9), вид

$$\begin{gathered} \langle |b_1(\omega)|^2 \rangle = N_0, \qquad \langle |b_2(\omega)|^2 \rangle = N_0(1 + r_1^2 |\rho(\omega)|^2), \\ \langle b_1(\omega) b_2^+(\omega) \rangle = \langle b_1^+(\omega) b_2(\omega) \rangle^* = N_0 r_1^2 \rho^*(\omega), \end{gathered} \tag{11}$$

где для сокращения обозначений использована условная форма записи [12] (ср. (5)). Таким образом, в отраженной от зеркала волне квадратурные компоненты оказываются уже коррелированными, что свидетельствует о ее сжатом состоянии. Действительно, вводя новые квадратурные компоненты, "повернутые" на угол ϕ относительно старых,

$$E_r = (B_1 + \tilde{b}_1)\cos(\omega_p(t + x/c) + \phi) + (B_2 + \tilde{b}_2)\sin(\omega_p(t + x/c) + \phi), \tag{12}$$

и выбирая постоянную фазу ϕ из условия максимума спектральной плотности $\tilde{b}_2$ и минимума $\tilde{b}_1$, получим из (9), (11) и (12)

$$\langle |\tilde{b}_1(\omega)|^2 \rangle = \left(1 - \frac{r_1^2 \rho^2}{2}((1 + 4/\rho^2)^{1/2} - 1)\right) N_0, \tag{13}$$

$$< |\tilde{b}_2(\omega)|^2 >= \left(1 + \frac{r_1^2\rho^2}{2}((1+4/\rho^2)^{1/2}+1)\right) N_0.$$

Таким образом, спектральная плотность квадратурной компоненты $\tilde{b}_1$ оказывается меньше спектральной плотности квадратурной компоненты в вакуумном состоянии N_0, а $\tilde{b}_2$ – больше, то есть отраженная волна оказывается в сжатом состоянии. При этом оптимальная фаза определяется

$$\mathrm{tg}2\phi = 2\rho(\omega). \tag{14}$$

Зависимость фазы от частоты означает, что для минимизации спектральной плотности $\tilde{b}_1(\omega)$ требуется для каждой частоты ω подбирать свою фазу $\phi(\omega)$.

Нетрудно показать, что произведение спектральных плотностей квадратурных компонент остается равным N_0^2 при любых частотах (оптимальная фаза при этом, конечно, будет различная), поэтому состояние отраженной волны является состоянием с "минимальной неопределенностью".

Вводя коэффициент сжатия, определяемый как отношение спектральной плотности квадратурной компоненты в когерентном состоянии N_0 к спектральной плотности в сжатом состоянии, получим

$$g = \left(1 - \frac{r_1^2\rho^2}{2}((1+4/\rho^2)^{1/2}-1)\right)^{-1}. \tag{15}$$

При увеличении мощности накачки W параметр $\rho \to \infty$ и максимальный коэффициент сжатия имеет вид

$$g_{max} = (1 - r_1^2)^{-1}. \tag{16}$$

Таким образом, максимальное сжатие ограничивается величиной коэффициента отражения r_1 электронного зеркала. Этот результат понятен также и с физической точки зрения, так как сжатое состояние разрушается вакуумными флуктуациями, проходящими с обратной (правой) стороны зеркала и подмешивающимися к отраженной волне. Чем меньше коэффициент отражения, тем больше проходит вакуумных флуктуаций и тем меньше сжатие отраженной волны.

К сожалению, численные оценки показывают, что коэффициент отражения r_1 одиночного электронного зеркала, сформированного из пучка, оказывается величиной, существенно меньшей единицы. Действительно, из выражения (1) получим, что $r_1 \approx \omega_c^2/(2\omega_p)^2$. Тогда для концентрации электронов в пучке $N = 10^{16}\,\text{см}^{-3}$ имеем $r_1 \approx 10^{-6}$, так что максимально возможное сжатие только в двенадцатом порядке отличается от единицы, что, конечно, не представляет интереса для эксперимента.

Ситуация существенно меняется, если использовать не одиночное электронное зеркало, а систему электронных зеркал, располагающихся последовательно друг за другом. Такая конфигурация электронного потока характерна, в частности, для лазеров на свободных электронах [13]. Ее реализация возможна и другими методами, например, при лазерном ускорении электронов [14].

Пусть для простоты число зеркал k не слишком велико, так что произведение kr_1 остается значительно меньше единицы. Введем параметр $\alpha = \omega_c^2/(2\omega_p)^2 \ll 1$, $r_1 \approx \alpha$. В указанном случае достаточно ограничиться рассмотрением процесса отражения волны в последовательных слоях с точностью до первого порядка по α, так как в выражение для спектральной плотности квадратурных компонент (11), (13) коэффициент отражения входит квадратично, а коэффициент прохождения необходимо рассчитывать с точностью до α^2. Кроме того, в указанном приближении можно считать, что волна накачки не отражается от зеркал (отраженная волна пренебрежимо мала по сравнению с падающей), так что можно не учитывать появления корреляционных эффектов для шумового излучения, идущего с обратной стороны зеркал, а амплитуду волны накачки, идущей в прямом направлении, можно считать постоянной. Для простоты будем считать расстояние l_m между всеми слоями одинаковым.

В линейном приближении по α коэффициент отражения системы k электронных зеркал оказывается просто суммой коэффициентов отражения от каждого зеркала при выборе расстояния между зеркалами l_m согласно выражению (2), а отраженная волна является суммой всех волн, отразившихся один раз от какого-либо зеркала с учетом запаздывания и изменения фазы при прохождении через зеркала согласно (1). Для коэффициента прохождения необходимо учитывать как волну, прошедшую без отражений сквозь систему зеркал, так и все волны, отразившиеся два раза от каких-либо зеркал также с учетом запаздывания и изменения фазы при прохождении через зеркала. В итоге имеем для коэффициентов отражения и прохождения системы зеркал

$$r_k = -k\alpha, \quad t_k = (-1)^{k+1} i(1 - k^2\alpha^2/2). \tag{17}$$

Выражения (9) будут справедливы для каждого зеркала, так как в них явно не входят координаты зеркала. Это связано с тем, что волна накачки имеет ту же частоту и бежит в ту же сторону, что и шумовая волна (см. (3)). Таким образом, усредненное значение перекрестного члена (сила давления на зеркало) одинаково для всех зеркал, и нет запаздывания в силе давления (в рассматриваемом приближении узкополосных процессов). Так как все зеркала предполагаются одинаковыми, то и медленное смещение всех зеркал будет одинаковым под действием давления поля, поэтому и коэффициент ρ будет для всех зеркал одинаковым.

В результате для отраженной волны оказываются справедливыми выражения (9), в которых уже вместо r_1 и t_1 надо подставить выражения для r_k и t_k из (16), а коэффициент ρ остается прежним (см. (10)). Для коэффициента сжатия имеем из выражений (15) и (17)

$$g = \left(1 - \frac{k^2\alpha^2\rho^2}{2}((1 + 4/\rho^2)^{1/2} - 1)\right)^{-1}, \tag{18}$$

причем выражение для максимального сжатия имеет вид

$$g_{max} = (1 - k^2\alpha^2)^{-1}. \tag{19}$$

Таким образом, коэффициент сжатия растет при увеличении количества зеркал. Порядковые оценки показывают, что при $k > k_c = \alpha^{-1}$ можно ожидать существенного сжатия отраженной волны. Для уже использованного значения электронной концентрации N величина k_c оказывается порядка 10^6.

В заключение оценим возможную величину коэффициента ρ. Массу электронного зеркала найдем, считая толщину зеркала равной $\lambda_p/4$. Тогда из выражения (10) имеем

$$|\rho| = 3 \cdot 10^9/|\omega^2 - \omega_\mu^2|, \tag{20}$$

где частота измеряется в c^{-1}, площадь $S = 1$ мм^2, длина и мощность волны накачки $\lambda_p = 5 \cdot 10^{-5}$ см и $W = 10$ Вт.

В выражении (20) максимальная величина коэффициента ρ зависит от разности $\omega^2 - \omega_\mu^2$ в знаменателе. Если считать электроны полностью свободными (все удерживающие поля сняты), то параметр ω_μ можно полагать нулевым. В этом случае коэффициент ρ будет иметь в $\omega \approx 0$ максимальное значение, определяемое, например, радиационным затуханием движений зеркала (в использованной модели этот эффект не учитывается). Однако в реальной ситуации при наличии удерживающих полей частота поперечных колебаний зеркала не будет нулевой. В этом случае максимальное сжатие будет не на низких частотах, а вблизи частоты ω_μ, причем его величина будет определяться указанным выше эффектом (радиационное затухание).

Данная работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-02-04476а).

---

1. H.P.Yuen, Phys. Rev. **A13**, 2226 (1976).
2. D.F.Walls, Nature (L) **306**, 141 (1983).
3. V.B.Braginsky, Yu.I.Vorontsov, and K.S.Thorne, Science **209**, 547 (1980).
4. C.M.Caves, K.S.Thorne, R.W.P.Drever et al., Rev. Mod. Phys. **52**, 341 (1980).
5. В.В.Кулагин, В.Н.Руденко, ЖЭТФ **94**, 51 (1988).
6. J.H.Shapiro, Opt. Lett. **8**, 351 (1980).
7. G.Milburn and D.F.Walls, Opt. Comm. **39**, 401 (1981).
8. H.P.Yuen and J.H.Shapiro, Opt. Lett. **4**, 334 (1979).
9. L.Hilico, J.M.Courty, C.Fabre et al., Appl. Phys. **B55**, 202 (1992).
10. C.Fabre, M.Pinard, S.Bourzeix et al., Phys. Rev. **A49**, 1337 (1994).
11. М.Борн, Э.Вольф, *Основы оптики*, М.: Наука, 1973 (M.Born, E.Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, N.Y.-L., 1968).
12. С.М.Рытов, *Введение в статистическую радиофизику*, М.: Наука, 1976.
13. Т.Маршалл, *Лазеры на свободных электронах*, М.: "Мир", 1987 (T.C.Marchall, *Free-electron lasers*, N.Y.-L., Macmillan Publ. Co., 1985).
14. V.A.Cherepenin and M.G.Kurkin, In: Proc. of *"The 1989 URSI Int. Symp. on Electromagnetic Theory"*, Stockholm, Sweeden, The Royal Inst. of Technology, 1989.