Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.5, стр.353 - 357

О НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ СМЕШАННОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ С АНИЗОТРОПНЫМ СПАРИВАНИЕМ

Ю.С.Бараш, А.А.Свидзинский

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН

117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 января 1996 г.

Показано, что в сверхпроводниках с анизотропным спариванием показатель степенной зависимости низкотемпературной теплоемкости смешанного состояния от магнитного поля существенно зависит от кратностей нулей сверхпроводящего параметра порядка. Вследствие этого экспериментальное определение соответствующего степенного показателя позволяет судить не только о наличии нулей у параметра порядка, но и о кратностях этих нулей. Получено выражение для пространственно-неоднородной плотности состояний квазичастиц при малых энергиях.

PACS: 74.25.Bt, 74.60.Ec, 74.72.-h

Многочисленные результаты измерений указывают на существование анизотропных типов спаривания в некоторых сверхпроводниках с тяжелыми фермионами и в высокотемпературных сверхпроводниках. Если параметр порядка $\hat{\Delta}(\mathbf{p})$ обращается в нуль в точках или на линиях на поверхности Ферми, наличие квазичастиц с малой энергией в окрестностях этих нулей, как известно, приводит к степенным низкотемпературным зависимостям теплоемкости, теплопроводности и ряда других физических характеристик сверхпроводников. Показатели, описывающие соответствующее степенное поведение, зависят не только от того, идет ли речь о точках или линиях нулей, или, например, от характера примесного рассеяния. Заметим, что они также различаются для параметров порядка, отвечающих одному и тому же симметрийному типу спаривания, но имеющих разные кратности нулей, расположенных в одних и тех же местах на ферми-поверхности. Таким образом, возможны различные экспериментальные следствия для сверхпроводников, отвечающих одному и тому же типу спаривания, если у них конкретная форма зависимостей параметров порядка от направления импульса на поверхности Ферми различается кратностью соответствующих обусловленных симметрией нулей.

В предлагаемой работе найдена зависимость низкотемпературной теплоемкости смешанного состояния сверхпроводников с анизотропным спариванием от магнитного поля, которая тоже оказывается зависящей от кратностей нулей параметра порядка. Мы рассматриваем также пространственно-неоднородную плотность состояний квазичастиц вдали от кора вихря.

Одна из важных качественных особенностей сверхпроводников с анизотропным спариванием в смешанном состоянии заключается в появлении (занятых) состояний квазичастиц с отрицательными энергиями и с направлениями импульсов в окрестности нулей параметра порядка [1,2] (в сверхтекучем ^{3}He имеются аналогичные состояния [3-5]). Это следует из соотношения $E(\mathbf{p}) = \sqrt{\xi(\mathbf{p})^2 + |\Delta(\mathbf{p})|^2} + \mathbf{p}\mathbf{v}$, и наличия сверхпроводящих токов, индуцированных магнитным полем в смешанном состоянии. При этом плотность квазичастичных состояний при малых энергиях существенно изменяется по сравнению со случаем однородного сверхпроводящего состояния. Так, например, плотность состояний на ферми-поверхности в рассматриваемых условиях отлична от нуля и пространственно-неоднородна. В простейшем случае наличия у параметра порядка линий простых (однократных) нулей эта плотность состояний после пространственного усреднения по смешанному состоянию пропорциональна $\sqrt{B}$ и приводит к появлению в теплоемкости характерного, зависящего от магнитного поля, слагаемого $C \propto T\sqrt{B/H_{c2}}$ [6]. Недавно такого типа член, возникающий лишь в случае сверхпроводников с сильно анизотропным спариванием, был экспериментально обнаружен в YBCO [7, 8]. Данный результат легко согласуется с предположением о d-спаривании в YBCO. Если же речь идет об анизотропном s-спаривании, из этих измерений было найдено весьма сильное ограничение сверху на минимальное значение параметра порядка.

Рассмотрим тетрагональный сверхпроводник с цилиндрической ферми-поверхностью и параметром Гинзбурга–Ландау $\kappa \gg 1$, находящийся при низкой температуре в смешанном состоянии в магнитном поле, направленном вдоль тетрагональной оси и удовлетворяющем условию $H_{c1} \lesssim B \ll H_{c2}$. В таком неоднородном состоянии локальная плотность квазичастичных состояний, естественно, зависит от пространственных координат и формируется, вообще говоря, как областями вне вихревых коров, так и квазичастичными состояниями, локализованными в корах вихрей. Поскольку полный объем, занимаемый корами вихрей, пропорционален величине магнитного поля, вклад в плотность состояний от состояний квазичастиц, локализованных внутри коров, есть линейная функция B, а соответствующий вклад в теплоемкость $\propto TB/H_{c2}$ [9]. На расстояниях $r \gg \xi_0$ от кора вихря квазичастицы можно рассматривать квазиклассически, приписывая им энергию

$$E(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \sqrt{\xi(\mathbf{p})^2 + |\Delta(\mathbf{p})|^2} + \mathbf{p}\mathbf{v}_s(\mathbf{r}), \tag{1}$$

которая зависит от расстояния до кора вихря, вместе с такой зависимостью у сверхтекучей скорости (в простейшем случае кругового сверхтекучего движения вокруг вихря имеем, очевидно, $\mathbf{v}_s = \mathbf{e}_\varphi K_1(r/\lambda)/2m_e\lambda)$. Соответствующая плотность состояний может быть представлена в виде

$$N(E, \mathbf{r}) = 2\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\delta\left(\sqrt{\xi^2(\mathbf{p}) + |\Delta(\mathbf{p})|^2} + \mathbf{p}\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) - E\right). \tag{2}$$

Из оценки $|\mathbf{p}\mathbf{v}_s| \lesssim p_F/m_e r \ll v_F/\xi_0 \sim \Delta_0$, справедливой на расстояниях $r \gg \xi_0$ от оси вихря, видно, что ненулевой вклад в плотность состояний для равной нулю энергии квазичастиц возникает только при анизотропном спаривании для направлений импульса в узких окрестностях нулей параметра порядка $\Delta(\mathbf{p})$ (Δ_0 обозначает максимальное значение параметра порядка в однородном сверхпроводящем состоянии при низких температурах для любых типов спаривания). Благодаря этому обстоятельству, при описании плотности состояний при малых энергиях можно рассмотреть вклады от каждой линии и точки нулей параметра порядка отдельно.

Расположение линии нулей параметра порядка, ориентированной параллельно оси цилиндрической ферми-поверхности, можно характеризовать постоянным полярным углом φ_l цилиндрической системы координат, отвечающим направлению импульса $\mathbf{p}_{F,\perp}(l)$ на данную линию. При интегрировании в (2) можно с хорошей точностью положить $\mathbf{p}\mathbf{v}_s = \mathbf{p}_{F,\perp}(l)\mathbf{v}_s$, используя наличие малого параметра v_s/v_F. Заметим, что энергия квазичастиц в нормальном металле $\xi(\mathbf{p})$ и параметр порядка $\Delta(\mathbf{p})$ около нулей зависят от разных компонент импульса – от величины компоненты p_r и от направления импульса $\mathbf{p}_{F,\perp}$, соответственно. Поэтому после интегрирования по энергии $\xi(\mathbf{p}_r)$ $(d\xi = v_F dp_r)$ получаем следующий вклад от линии нулей

$$N(E,\mathbf{r}) = \frac{N_F}{\pi}\int_{\Omega_l} d\varphi \frac{|E - \mathbf{p}_{F,\perp}(l)\mathbf{v}_s|\Theta(E - \mathbf{p}_{F,\perp}(l)\mathbf{v}_s)}{\sqrt{(E - \mathbf{p}_{F,\perp}(l)\mathbf{v}_s)^2 - |\Delta(\varphi)|^2}}. \tag{3}$$

Здесь $\Theta(x)$ – ступенчатая функция, N_F – плотность состояний для нормального металла на цилиндрической ферми-поверхности и Ω_l – узкая область ориентаций импульса (углов φ) вблизи линии нулей, где выражение под знаком квадратного корня в (3) положительно для рассматриваемой области малых энергий.

Если в окрестности линии нулей параметр порядка имеет вид

$$|\Delta(\varphi)| = \Delta_0|\varphi - \varphi_l|^n, \qquad n > 0, \tag{4}$$

из (3) после интегрирования по φ находим

$$N(E,\mathbf{r}) = \frac{N_F\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}{n\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)}\left(\frac{E - \mathbf{p}_{F,\perp}(l)\mathbf{v}_s(\mathbf{r})}{\Delta_0}\right)^{1/n}\Theta(E - \mathbf{p}_{F,\perp}(l)\mathbf{v}_s(\mathbf{r})). \tag{5}$$

Согласно этому соотношению узкая область углов в импульсном пространстве, расположенная вблизи линии нулей на ферми-поверхности, вносит вклад в локальную плотность состояний в области низких энергий для весьма широкой области ориентаций вокруг вихря в координатном пространстве. Так, при нулевой энергии плотность состояний, обусловленная линией нулей, отлична от нуля во всей пространственной области, где выполнено условие $\mathbf{p}_{F,\perp}(l)\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) < 0$ (хотя, конечно, она спадает с удалением от кора вихря вместе со сверхпроводящими токами, индуцируемыми его магнитным полем). При наличии нескольких линий нулей их вклады накладываются друг на друга и в результате положения максимумов полной плотности состояний (при заданном расстоянии r от оси вихря) могут существенно отличаться от положений соответствующих максимумов для вкладов от каждой отдельной линии нулей.

В случае $(p_x^2 - p_y^2)$-спаривания для тетрагонального сверхпроводника с цилиндрической ферми-поверхностью естественно рассмотреть четыре линии нулей сверхпроводящего параметра порядка, которые расположены при $\varphi_l = \pi/4 + (l-1)\pi/2$ $(l = 1,2,3,4)$. Пусть угол ϕ описывает ориентацию вектора $\mathbf{r}$ относительно кристаллической оси x, и $\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = v_s(r)\mathbf{e}_\varphi$. Тогда сумма всех четырех членов вида (5) приводит к следующей зависящей от пространственных координат плотности состояний:

$$N(E,r,\phi) = \\ = \frac{N_F\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}{n\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)}\left(\frac{v_F K_1(r/\lambda)}{2\lambda\Delta_0}\right)^{1/n}\sum_l\left(\tilde{E}+\sin(\phi+\varphi_l)\right)^{1/n}\Theta\left(\tilde{E}+\sin(\phi+\varphi_l)\right), \tag{6}$$

где введена безразмерная величина $\tilde{E} = 2\lambda E/v_F K_1(r/\lambda)$.

Поскольку на больших расстояниях от кора вихря анизотропия плотности состояний мала, рассматриваем далее только расстояния $r \ll \lambda$. Для нулевого значения энергии получаем отсюда $N \propto N_F(\xi_0/r)^{1/n}\left(|\cos(\phi+\pi/4)|^{1/n} + |\sin(\phi+\pi/4)|^{1/n}\right)$, и в частном случае $n = 1$ угловая пространственная зависимость плотности состояний есть просто $N \propto |\cos\phi|$ для $-\pi/4 < \phi + \pi m < \pi/4$ и $N \propto |\sin\phi|$ для $\pi/4 < \phi + \pi m < 3\pi/4$ $(m = 0, 1)$. Здесь максимальное значение плотности состояний при заданном расстоянии r расположено при $\phi = 0, \pm\pi/2, \pi$, а минимальное - при $\phi = \pm\pi/4, \pm 3\pi/4$. В то же время для отдельных вкладов от каждой линии нулей максимумы в координатном пространстве отвечают тем ориентациям, где сверхпроводящий ток противоположен направлению импульса на соответствующую линию на ферми-поверхности (так что все эти четыре максимума лежат в направлениях $\phi = \pm\pi/4, \pm 3\pi/4$). Далее, в частном случае $n = 1$ и для $\tilde{E} > 1$ (то есть на расстояниях $r > (T_c/E)\xi_0$) исчезает вся пространственная зависимость плотности состояний (как от расстояния до оси вихря, так и от ориентации относительно кристаллических осей) и из (6) находим $N \sim (E/\Delta_0)N_F$. Отсюда следует, что чем больше энергия, тем меньше пространственная область, где проявляются анизотропия и неоднородность плотности состояний. Так, для $E \sim T_c$ анизотропия имеется только на расстояниях $r < \xi_0$, где локальное описание, основанное на соотношении (1) для энергии квазичастиц, уже не применимо и требуется более общий подход (см., например, [10], где анизотропия и неоднородность плотности состояний на расстояниях $r \lesssim \xi_0$ были рассмотрены исходя из уравнений Эйленбергера, определенной вариационной процедуры и численных расчетов для простейшего случая $(p_x^2 - p_y^2)$-спаривания и только для частного значения $n = 1$). В рамках используемого нами подхода (аналогичного [6]) можно рассматривать только энергии $E \ll T_c$. В отличие от случая $n = 1$, при $n \neq 1$ зависимости плотности состояний от расстояния r и угла ϕ на больших расстояниях не исчезают полностью, хотя и становятся слабо выраженными. Пространственная зависимость плотности состояний (6) может быть изучена методами сканирующей туннельной микроскопии, которые имеют высокие пространственное разрешение и разрешение по энергии (см., например, [11, 12]).

Отличие от нуля плотности состояний при нулевой энергии приводит, как обычно, к линейному по T выражению для низкотемпературного поведения удельной теплоемкости $C(T) = \pi^2 T\tilde{N}(0)/3$. Вследствие неоднородности состояния, здесь фигурирует усредненная по пространству плотность состояний $\tilde{N}(0)$. Заметим, что в случае однородного сверхпроводящего состояния и для параметра порядка вида (4) для плотности состояний при малых энергиях и низкотемпературной теплоемкости находим $N(E) \propto N_F\left(E/\Delta_0\right)^{1/n}$, $C(T) \propto N_F T\left(T/\Delta_0\right)^{1/n}$. Для магнитных полей, относящихся к интервалу $H_{c1} \ll B \ll H_{c2}$, в соотношения (5), (6) можно подставить λ/r вместо $K_1(r/\lambda)$. Тогда пространственное усреднение по области $\xi_0 \ll r \ll R$ (где $R \sim \xi_0(H_{c2}/B)^{1/2}$ есть расстояние между вихрями) приводит к следующему результату:

$$\tilde{N}(0) = A_n N_F\left(\frac{v_F}{\Delta_0\xi_0}\right)^{1/n}\left(\frac{B}{H_{c2}}\right)^{1/2n}. \tag{7}$$

Здесь A_n зависит только от параметра n. Заметим, что при $n > 1/2$ основной вклад в величину $\tilde{N}(0)$ вносят как раз расстояния $r \gg \xi_0$, для которых и были получены выше соотношения (5), (6). Для этих значений n вклад в теплоемкость $\propto T(B/H_{c2})^{1/2n}$ более существен, чем линейно зависящий от магнитного поля член, обусловленный вкладом от внутренних областей вихревых коров.

Как следует из (7), показатель $1/2n$ степенной зависимости низкотемпературной теплоемкости от магнитного поля для смешанного состояния сверхпроводников с анизотропным спариванием характеризует не только существование нулей параметра порядка на поверхности Ферми, но также и поведение параметра порядка в окрестностях этих нулей, например, имеющее вид (4).

Эта работа была поддержана грантом 94-02-05306 Российского фонда фундаментальных исследований. А.А.С. благодарит научно-исследовательский центр Юлиха и Международную Соросовскую программу образования в области точных наук за финансовую поддержку.

---

1. G.E.Volovik, J.Phys. C: Solid State Phys. **21**, L221 (1988).
2. S.K.Yip and J.A. Sauls, Phys. Rev. Lett. **69**, 2264 (1992)
3. Г.Е.Воловик, В.П. Минеев, ЖЭТФ **81**, 989 (1981).
4. P.Muzikar and D. Rainer, Phys. Rev. B **27**, 4243 (1983).
5. K.Nagai, J. Low Temp. Phys. **55**, 233 (1984).
6. Г.Е.Воловик, Письма в ЖЭТФ **58**, 457 (1993).
7. K.A.Moler, D.J.Baar, J.S.Urbach et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 2744 (1994).
8. K.A.Moler, A.Kapitulnik, D.J.Baar et al., Preprint (cond-mat/9505129) (1995).
9. A.L.Fetter, and P.C.Hohenberg, in *Superconductivity*, Ed. R.D.Parks (M.Dekker, New York, 1969).
10. N.Schopohl and K.Maki, Phys. Rev. B **52**, 490 (1995).
11. H.F.Hess, R.B.Robinson, and J.V.Waszczak, Phys. Rev. Lett. **64**, 2711 (1989).
12. Ch.Renner and Ø. Fischer, Phys. Rev. B **51**, 9208 (1995).