

НЕОБЫЧНОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ДВУХБАРЬЕРНЫХ КВАНТОВЫХ СТРУКТУР В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Е.И.Голант, А.Б.Пашковский

*Научно-исследовательский институт "Исток"
141120 г.Фрязино, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 6 марта 1996 г.

Для несимметричных резонансно-туннельных структур с тонкими высокими барьерами найдено решение нестационарного уравнения Шредингера, описывающего резонансное взаимодействие электронов с высокочастотным (ВЧ) полем. Обнаружено, что в ряде случаев с увеличением амплитуды ВЧ поля резонансный коэффициент отражения таких структур уменьшается вплоть до нуля. Найдены условия, при которых наибольшее число электронов из падающих на структуру (в ряде случаев 100%) эффективно взаимодействует с ВЧ полем частотой ω и переходит на соседний резонансный уровень, испуская или поглощая квант энергии $\hbar\omega$.

PACS: 73.40.-c

Исследование прохождения электронов через квантоворазмерные структуры в высокочастотном (ВЧ) электрическом поле как бесконечно малой [1], так и конечной [2] амплитуд весьма актуально как в теоретическом, так и в прикладном аспекте. Даже в слабых ВЧ полях в таких структурах наблюдается ряд квантовых эффектов, не имеющих аналогов при статическом транспорте электронов [3]. Ситуация становится еще более необычной и интересной при учете конечности амплитуды ВЧ поля, например при резонансном взаимодействии электронов с ВЧ полем в несимметричных двухбарьерных резонансно-туннельных структурах с высокими и тонкими барьерами (для симметричных структур в малосигнальном приближении такая задача была решена в [4]). Рассмотрим несимметричную двухбарьерную структуру шириной a с тонкими (δ -образными) барьерами, к которой приложено однородное электрическое поле, изменяющееся со временем по закону $\mathcal{E} \cos \omega t = E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$, $\mathcal{E} = 2E$. Для определенности считаем, что моноэнергетический поток электронов движется слева направо. Тогда нестационарное уравнение Шредингера имеет вид

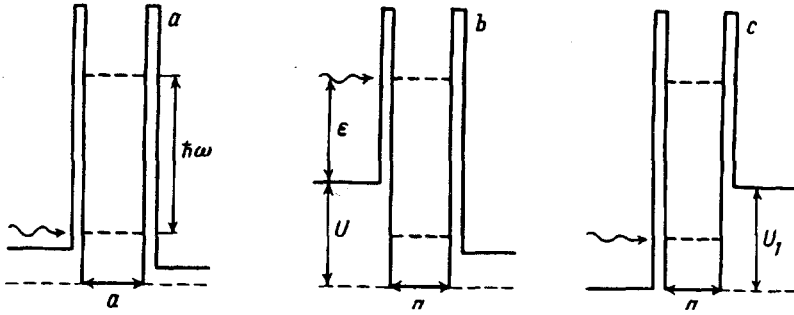
$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + H(x)\psi + H(x, t)\psi,$$

$$H(x) = -U(\theta(x) - \theta(x-a)) - U_1\theta(x-a) + \alpha\delta(x)\psi + \alpha\gamma\delta(x-a), \quad (1)$$

$$H(x, t) = -qE[x(\theta(x) - \theta(x-a)) + a\theta(x-a)](e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}).$$

Здесь q , m^* – заряд и масса электрона, $\alpha = \varphi_b b$, φ_b , b – высота и ширина первого барьера, $\theta(x)$ – единичная функция, γ – численный коэффициент, U и U_1 – величина скачка дна зоны проводимости на барьерах (см. рисунок).

Известно, что в двухбарьерных структурах коэффициент прохождения имеет четко выраженный резонансный характер. Пусть электроны проходят через



Схематическое изображение зонной диаграммы рассматриваемых двухбарьерных структур

резонансный уровень с номером N . При этом невозмущенная волновая функция электронов ψ_0 , нормированная на один электрон, имеет вид

$$\psi_0(x) = \begin{cases} \exp[ik_0x] + D_0 \exp[-ik_0x], & x < 0 \\ A_0 \sin(kx) + B_0 \cos(kx), & 0 < x < a, \\ C_0 \exp[ik_1(x-a)], & x > a \end{cases}, \quad (2)$$

где ϵ – энергия электронов, падающих на структуру, $k_0 = (2m^* \epsilon / \hbar^2)^{1/2}$, $k = (2m^* (\epsilon + U) / \hbar^2)^{1/2}$, $k_1 = (2m^* (\epsilon + U_1) / \hbar^2)^{1/2}$ – их волновые векторы,

$$D_0 = \frac{\gamma^2 k_0 - k_1}{\gamma^2 k_0 + k_1}; \quad B_0 = \beta_0 = \frac{2\gamma^2 k_0}{\gamma^2 k_0 + k_1}; \quad A_0 = \beta_0 \frac{y}{k} + i \frac{2k_1 k_0}{k(\gamma^2 k_0 + k_1)}, \quad (3)$$

$$C_0 = A_0 \sin(ka) + B_0 \cos(ka), \quad y = 2m^* \alpha / \hbar^2.$$

Отметим, что при достаточно мощных барьерах ($y \gg k$) в интервале $0 < x < a$ волновая функция основного состояния представляется в виде

$$\psi_0 \approx \beta_0 \left(\frac{y}{k} \sin(kx) + \cos(kx) \right). \quad (4)$$

Как было показано в [5], если частота ВЧ поля соответствует переходам на резонансный уровень с номером L , то наблюдается резонансное взаимодействие электронов с ВЧ полем. Для достаточно малой амплитуды поля решение будем искать в виде ряда теории возмущений. В зависимости от расположения уровней и дна зоны проводимости возможны три основные ситуации (см. рисунок). Рассмотрим их последовательно.

В приближении малого сигнала поправка ψ_1 к волновой функции основного состояния [3] имеет вид $\psi_1 = \psi_{1+}(x)e^{-i(\omega_0+\omega)t} + \psi_{1-}(x)e^{-i(\omega_0-\omega)t}$ ($\omega_0 = \epsilon/\hbar$). В первом случае

$$\psi_{1\pm}(x) = \begin{cases} D_{1\pm} \exp[-ik_{0\pm}x], & x < 0 \\ A_{1\pm} \sin(k_{\pm}x) + B_{1\pm} \cos(k_{\pm}x) + \chi_{1\pm}(x), & 0 < x < a, \\ C_{1\pm} \exp[ik_{1\pm}(x-a)] + P_{1\pm} \exp(ik_{1\pm}(x-a)), & x > a \end{cases}, \quad (5)$$

где

$$k_{0\pm} = (2m^* (\epsilon \pm \hbar\omega) / \hbar^2)^{1/2}, \quad k_{\pm} = (2m^* (\epsilon + U \pm \hbar\omega) / \hbar^2)^{1/2},$$

$$k_{1\pm} = (2m^*(\epsilon + U_1 \pm \hbar\omega)/\hbar)^{1/2}, \quad P_{1\pm} = \mp(qEa/\hbar\omega)\psi_0(a),$$

а $\chi_{1\pm}(x)$ – частные решения уравнения

$$\hbar(\omega_0 \pm \omega)\psi_{1\pm}(x) = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi_{1\pm}}{\partial x^2} - qEx\psi_0(x), \quad (6)$$

в данном случае (см. [3, 4])

$$\chi_{1\pm}(x) = \mp \frac{qEx}{\hbar\omega} \psi_0(x) + \frac{qE}{m^*\omega^2} \psi'_0(x). \quad (7)$$

Система уравнений для определения коэффициентов $A_{1\pm}$, $B_{1\pm}$, $C_{1\pm}$, $D_{1\pm}$ в матричной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ ik_{0\pm} - y & k_{\pm} & 0 & 0 \\ 0 & \sin(k_{\pm}a) & \cos(k_{\pm}a) & -1 \\ 0 & -k_{\pm} \cos(k_{\pm}a) & k_{\pm} \sin(k_{\pm}a) & ik_{1\pm} - \gamma y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} D_{1\pm} \\ A_{1\pm} \\ B_{1\pm} \\ C_{1\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $f_1 = \chi_{1\pm}(0)$, $f_2 = -\chi'_{1\pm}(0)$, $f_3 = P_{1\pm} - \chi_{1\pm}(a)$, $f_4 = (\gamma y - ik_1)P_{1\pm} + \chi'_{1\pm}(a)$. При $y \gg k_{\pm}$ и величине волнового вектора, соответствующего резонансному уровню (это выполняется при условии $\text{tg} k_{\pm}a = -(1 + \gamma)k_{\pm}/\gamma y$), определитель системы становится мал и равен

$$\Delta \approx \frac{ik_{\pm}}{\gamma} (k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm}) (-1)^{L+1}, \quad (9)$$

а при переходах не на резонансный уровень $\Delta \sim k_{\pm}y$. Таким образом, для узких резонансных уровней будет существенна вероятность переходов только между двумя уровнями. Поэтому далее рассматриваются переходы только между основным и верхним (знак +) или основным и нижним (знак -) резонансными уровнями.

Из (8) при $y \gg k_{\pm}$, учитывая только члены с максимальными степенями y (вклад при разложении определителя по столбцу дают только слагаемые с f_1 и f_3), для коэффициентов волновой функции (5) находим:

$$D_{1\pm} \approx \frac{qE}{m^*\omega^2} \frac{k_{\pm}\beta_0\gamma y^2}{\Delta} [\cos(ka) - \cos(k_{\pm}a)] = \beta_1 = \frac{qE}{im^*\omega^2} \frac{2\gamma^2 y^2}{(k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm})} \beta_0, \quad (10)$$

$$B_{1\pm} \approx D_{1\pm} \approx (-1)^{L+1} \gamma C_{1\pm}, \quad A_{1\pm} \approx \frac{y}{k_{\pm}} D_{1\pm},$$

если $N - L$ – нечетное число, и коэффициенты малы, если $N - L$ – четное ($\cos(ka) - \cos(k_{\pm}a) \approx 0$).

Внутри структуры ($0 < x < a$) поправка первого порядка к волновой функции основного состояния имеет тот же вид, что и волновая функция основного состояния:

$$\psi_{1\pm}(x) \approx \beta_1 \left[\frac{y}{k_{\pm}} \sin(k_{\pm}x) + \cos(k_{\pm}x) \right]. \quad (11)$$

Здесь учтено, что так как $y \gg k_{\pm}$, а $\chi_{1\pm}(x)$ содержит члены с отношением y/k_{\pm} не выше первой степени, то вклад $\chi_{1\pm}(x)$ в поправку первого порядка

к волновой функции, как и вклад от $\chi_{1\pm}(x)$ в частное решение уравнения (6) для поправки второго порядка (см. [4]), мал. Кроме того, так как $|C_{1\pm}| \gg |P_{1\pm}|$ и функция f_4 , куда входит $P_{1\pm}$, не вносит существенного вклада в $\psi_{1\pm}$, то здесь и в дальнейших расчетах составляющими типа $P_{1\pm} \exp[k_1(x-a)]$ можно пренебречь. Следовательно, повторив описанную выше процедуру нахождения поправок к волновой функции, с учетом того, что вклад в поправку второго порядка вносит только $\psi_{1-}(x)$, если электроны проходят по верхнему резонансному уровню, или $\psi_{1+}(x)$, если по нижнему, а остальные составляющие малы, можно получить:

$$\psi_2(x) \approx \begin{cases} D_2 \exp[-ik_0x], & x < 0 \\ A_2 \sin(kx) + B_2 \cos(kx), & 0 < x < a, \\ C_2 \exp[ik_1(x-a)], & x > a \end{cases} \quad (12)$$

где

$$D_2 \approx \frac{qE}{im^*\omega^2} \frac{2\gamma^2 y^2}{(k_1 + \gamma^2 k_0)} \beta_1 = - \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{4\gamma^4 y^4}{(k_1 + \gamma^2 k_0)(k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm})} \beta_0 = -\beta_0 z, \quad (13)$$

$$B_2 \approx D_2 \approx (-1)^{N+1} C_2 \gamma, \quad A_2 \approx \frac{y}{k} D_2;$$

$$\psi_2 \approx -\beta_0 z \left(\frac{y}{k} \sin(kx) + \cos(kx) \right), \quad 0 < x < a,$$

$$z = \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{4\gamma^4 y^4}{(k_1 + \gamma^2 k_0)(k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm})}. \quad (14)$$

Здесь, как и в предыдущем случае, учтены только содержащие максимальные степени параметра y/k члены. Сравнивая (4), (10), (11) и (13), (14), легко сообразить, что если продолжить описанную выше процедуру получения поправок более высоких порядков к волновой функции, а затем их просуммировать, то коэффициенты волновой функции на каждом из резонансных уровней можно представить в виде постоянного множителя и знакопеременного ряда:

$$1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^{n+1} z^n, \quad (15)$$

который в области своей сходимости $|z| < 1$ представляет разложение функции $1/(1+z)$ по степеням z . Таким образом, для данной задачи волновая функция электронов имеет вид

$$\psi \approx \psi_N(x) e^{-i\omega_0 t} + \psi_L(x) e^{-i(\omega_0 \pm \omega) t}, \quad (16)$$

где

$$\psi_N(x) = \begin{cases} \exp[ik_0x] + D \exp[-ik_0x], & x < 0 \\ A \sin(kx) + B \cos(kx), & 0 < x < a, \\ C \exp[ik_1(x-a)], & x > a \end{cases} \quad (17)$$

$$D = D_0 - \frac{\beta_0 z}{1+z}, \quad A = \frac{1}{1+z} A_0, \quad B = \frac{1}{1+z} B_0, \quad C = \frac{1}{1+z} C_0,$$

$$\psi_L(x) = \frac{1}{1+z} \begin{cases} D_{1\pm} \exp[-ik_{0\pm}x], & x < 0 \\ A_{1\pm} \sin(k_{\pm}x) + B_{1\pm} \cos(k_{\pm}x), & 0 < x < a. \\ C_{1\pm} \exp[ik_{1\pm}(x-a)], & x > a \end{cases} \quad (18)$$

Во втором случае, когда резонансный уровень между барьерами, на который переходят электроны, лежит ниже дна зоны проводимости в области слева от структуры, волновая функция основного состояния имеет тот же вид, что и в первом, ψ_{1-} получается из (5), а система для определения ее коэффициентов - из (8) с заменой ik_{0-} на $-\kappa$, где $\kappa = (2m^*(\hbar\omega - \epsilon)/\hbar)^{1/2}$. Определитель этой системы мал при условии $\text{tg}k_{-}a = -[(1 + \gamma)/\gamma - \kappa/y]k_{-}/y$ и равен

$$\Delta \approx \frac{ik_{-}k_{1-}}{\gamma}(-1)^{L+1}. \quad (19)$$

Применив описанную выше процедуру получения поправок к волновой функции с учетом того, что при переходах с верхнего на нижний уровень для определителя используется выражение (19), а с нижнего на верхний - (9), можно легко получить, что решение этой задачи описывается волновой функцией (16), в которой $\psi_N(x)$ задается выражением (17), а $\psi_L(x)$ имеет вид

$$\psi_L(x) = \frac{1}{1+z} \begin{cases} D_{1-} \exp[\kappa x], & x < 0 \\ A_{1-} \sin(k_{-}x) + B_{1-} \cos(k_{-}x), & 0 < x < a, \\ C_{1-} \exp[ik_{1-}(x-a)], & x > a \end{cases} \quad (20)$$

где

$$D_{1-} \approx \frac{qE}{im^*\omega^2} \frac{2\gamma^2 y^2}{k_{1-}} \beta_0, \quad B_{1-} \approx D_{1-} \approx (-1)^{L+1} \gamma C_{1-}, \quad A_{1-} \approx \frac{y}{k_{-}} D_{1-}, \quad (21)$$

$$z = \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{4\gamma^4 y^4}{(k_{1+} + \gamma^2 k_{0+})k_{1-}}. \quad (22)$$

В третьем случае, когда переходы совершаются с уровня, который лежит ниже дна зоны проводимости справа, на уровень, который лежит над дном зоны проводимости, с учетом того, что условия резонанса имеют вид $\text{tg}k_{+}a = -[(1 + \gamma)/\gamma - \kappa/\gamma^2 y]k_{+}/y$, $\kappa = (2m^*(U_1 - \epsilon)/\hbar)^{1/2}$, а определитель системы для нахождения поправок к волновой функции равен $\Delta = i\gamma k_0 k (-1)^{N+1}$, и применив описанную выше процедуру, легко получить, что решение описывается волновой функцией (16) где

$$\psi_N(x) = \begin{cases} \exp[ik_0 x] - D \exp[-ik_0 x], & x < 0 \\ A \sin(kx) + B \cos(kx), & 0 < x < a, \\ C \exp[-\kappa(x-a)], & x > a \end{cases} \quad (23)$$

$$D = 1 - \frac{2z}{1+z}, \quad A = \frac{1}{1+z} \frac{2y}{k}, \quad B = \frac{2}{1+z}, \quad C = \frac{1}{1+z} \frac{2}{\gamma} (-1)^{N+1},$$

$$\psi_L(x) = \frac{1}{1+z} \begin{cases} D_{1+} \exp[-ik_{0+}x], & x < 0 \\ A_{1+} \sin(k_{+}x) + B_{1+} \cos(k_{+}x), & 0 < x < a, \\ C_{1+} \exp[ik_{1+}(x-a)], & x > a \end{cases} \quad (24)$$

где

$$D_{1\pm} \approx \frac{qE}{im^*\omega^2} \frac{4\gamma^2 y^2}{(k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm})}, \quad B_{1\pm} \approx D_{1\pm} \approx (-1)^{L+1} \gamma C_{1\pm}, \quad A_{1\pm} \approx \frac{y}{k_{\pm}} D_{1\pm}, \quad (25)$$

$$z = \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{4\gamma^4 y^4}{(k_{1+} + \gamma^2 k_{0+})k_0}. \quad (26)$$

На первый взгляд может показаться, что для узких уровней ($y \gg k$), а только для таких уровней этот расчет и применим, решение задачи получено при весьма малых амплитудах ВЧ поля и интереса не представляет. Однако анализ выражения (17) и (23) показывает, что в зависимости от параметров структуры даже при $z < 1$ на нижний или верхний резонансный уровень может переходить значительная часть падающих на структуру электронов. Так, в третьем случае при $z = 1$ из (23) следует, что все электроны, падающие на структуру, под действием ВЧ поля переходят на верхний резонансный уровень, а для первых двух случаев, подставляя значения C_0 , D_0 и β_0 в выражение для суммарного потока электронов, прошедших и отраженных без изменения энергии:

$$j_0 = \frac{\hbar}{m^*} \left(k_0 \left| D_0 - \frac{\beta_0 z}{1+z} \right|^2 + k_1 \left| \frac{C_0}{1+z} \right|^2 \right), \quad (27)$$

легко показать, что их число минимально также как раз при $z = 1$ (это утверждение справедливо в силу возможности аналитического продолжения решений (17), (18) и (20) за радиус сходимости ряда (15)) и равно

$$j_0^{\min} = \frac{\hbar k_0 k_1}{m^* (k_1 + \gamma^2 k_0)}, \quad (28)$$

откуда видно, что в случае $k_1 \rightarrow 0$ (уровень в яме приближается к дну зоны проводимости справа от структуры, см. рисунок а) и при $\gamma \rightarrow \infty$ (δ -барьер перед бесконечной стенкой, предельный случай рисунка а) $j_0^{\min} \rightarrow 0$, то есть все электроны, инжектируемые на один из резонансных уровней двухбарьерной структуры, вылетают из нее по другому резонансному уровню, изменив свою энергию на $\hbar\omega$. Когда статический коэффициент прохождения через структуру равен единице ($k_1 = \gamma^2 k_0$, падающий на структуру поток $j = \hbar k_0 / m^*$), максимум половина падающих на структуру электронов изменяет свою энергию.

Интересно отметить, что во всех трех случаях при $z = D_0$ от двухбарьерной структуры не отражаются электроны, не изменившие своей энергии в результате взаимодействия с ВЧ полем. Для структуры, изображенной на рисунке б, это означает, что с увеличением амплитуды ВЧ поля прозрачность структуры возрастает и количество электронов, проходящих через нее в единицу времени, увеличивается до максимума при $z = D_0$. Этот эффект вполне может быть доступен экспериментальному наблюдению.

Данная работа поддерживается Российским фондом фундаментальных исследований, проект 94-02-04449, и Научным Советом по программе "Физика твердотельных наноструктур", проект 1-050.

-
1. M. Buttiker and R. Landauer, *Phys. Rev. Lett.* **49**(23), 1739 (1982).
 2. M. J. Hagman, *J. Appl. Phys.* **78**(1), 25 (1995).
 3. А.Б. Пашковский, *ФТП* **29**(9), 1712 (1995).
 4. А.Б. Пашковский, *Письма в ЖТФ* **21**(15), 28 (1995).
 5. Е.И. Голант, А.Б. Пашковский, А.С. Тагер, *Письма в ЖТФ* **20**(21), 74 (1994).