

ДИФФУЗИЯ ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА В НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ СРЕДЕ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Е.Е.Городничев¹⁾, А.И.Кузовлев, Д.Б.Рогозкин

Московский инженерно-физический институт

115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 1998 г.

Показано, что при диффузии электромагнитных волн в случайных средах с крупными дискретными рассеивателями циркулярная поляризация может сохраняться даже после изотропизации потока излучения. При рассеянии точно-назад этот эффект проявляется в виде увеличения интерференционного вклада в кросс-поляризованную компоненту интенсивности с ростом размера рассеивателей.

PACS: 42.25.-p

1. Объяснение природы поляризационных явлений при многократном рассеянии света в неупорядоченных средах с неоднородностями различного масштаба до сих пор остается актуальной задачей. В последнее время эта проблема вызывает большой интерес в связи с различными приложениями в диффузионной спектроскопии рассеивающих сред со сложной структурой и биологических тканей [1–3].

В настоящей статье объясняется явление медленного затухания циркулярной поляризации при диффузии света в случайных средах с крупными (размером больше длины волны) рассеивателями. Показано, что циркулярная поляризация может сохраняться даже после изотропизации потока излучения. Сравнительно недавно этот эффект был обнаружен в эксперименте и в численных расчетах методом Монте-Карло [2]. Обсуждается также, как сохранение циркулярной поляризации проявляется при когерентном обратном рассеянии поляризованного света. Показано, что этот эффект напрямую связан с обнаруженным еще в первых экспериментах [4, 5] увеличением когерентного вклада в кроссполяризованную компоненту интенсивности при отражении света от неупорядоченных образцов с крупными частицами. Эта закономерность была подтверждена прямыми численными расчетами [6], однако ее физическая причина до сих пор не была ясна.

Расчеты выполнены для неупорядоченной системы прозрачных частиц латекса в воде, которая наиболее часто используется в экспериментах [1, 2, 4, 5].

2. Как показывает анализ, имеется фундаментальное различие между поведением в рассеивающей среде вектора напряженности поля в линейно и циркулярно поляризованных волнах. При распространении линейно поляризованной волны направление вектора напряженности следует за световым лучом – волна остается линейно поляризованной вдоль всей траектории распространения [7]. Наблюдаемая при многократном рассеянии в толстых слоях деполаризация есть результат хаотического разброса направлений поляризации волн, двигавшихся вдоль различных случайных траекторий. Она наступает одновременно с изотропизацией излучения по направлениям [2]. В этом смысле измерение степени поляризации линейно поляризованного

¹⁾ e-mail: gorod@theor.mephi.msk.su

света в случайной среде не дает ничего нового по сравнению с измерением углового распределения рассеянных волн (здесь мы не касаемся поляризационных особенностей интерференции волн в направлении точно назад).

При распространении циркулярно поляризованного света ситуация иная. Хотя вдоль траектории распространения циркулярная поляризация не сохраняется, в средах с крупномасштабными неоднородностями она затухает на расстояниях, намного превышающих длину изотропизации (транспортную длину l_{tr}). Деполяризация наступает по мере нарастания разброса фаз двух линейно кроссполяризованных полей (на суперпозицию которых может быть разложена падающая циркулярно поляризованная волна) и имеет когерентную природу. Скорость деполяризации зависит только от того, насколько плавными являются траектории распространения волн, и, как показано ниже, при рассеянии на крупномасштабных неоднородностях оказывается пропорциональной среднему от четвертой степени угла однократного рассеяния (в отличие от пропорциональной второй степени угла скорости изотропизации $1/l_{tr}$). В связи с этим изучение циркулярной поляризации должно дать новую информацию о среде, отличающуюся от той, что содержится в угловом распределении рассеянного света.

3. Пусть на слой ($0 < z < L$) среды, состоящей из крупномасштабных сферических рассеивателей падает по нормали к поверхности поляризованный по часовой стрелке световой поток. Предполагаем, что показатель преломления n отдельного центра является действительным и мало отличается от единицы ($n - 1 \ll 1$). В этой ситуации однократное рассеяние происходит преимущественно вперед [8] и длина свободного пробега l оказывается намного меньше транспортной длины l_{tr} ($l_{tr} = l/(1 - \langle \cos \gamma \rangle)$, $\langle \cos \gamma \rangle$ – средний косинус угла однократного рассеяния).

Поляризационное состояние света будем характеризовать параметрами Стокса I, Q, U, V , которые удовлетворяют векторному уравнению переноса [9]. В рассматриваемой задаче векторное уравнение распадается на систему уравнений для I и Q и отдельное уравнение для V ; третий параметр Стокса U из-за азимутальной симметрии задачи равен нулю [9].

Система уравнений для I и Q выглядит так же, как и в случае неполяризованного пучка [9, 10]. Согласно [9, 10], для многократно рассеянного излучения отношение Q/I оказывается малой величиной и в первом приближении влиянием поляризационных эффектов на значение интенсивности I можно пренебречь. В этом приближении уравнение для I совпадает со скалярным уравнением переноса [9]:

$$\left\{ \mu \frac{\partial}{\partial z} + n_0 \sigma \right\} I(z, \mu) = n_0 \int d\mathbf{n}' a_1(\mathbf{n}\mathbf{n}') I(z, \mu'), \quad (1)$$

где n_0 – число рассеивающих частиц в единице объема, σ – полное сечение рассеяния (среду считаем непоглощающей),

$$a_1(\cos \gamma) = \frac{1}{2} (|A_{\parallel}(\cos \gamma)|^2 + |A_{\perp}(\cos \gamma)|^2)$$

– дифференциальное сечение, A_{\parallel}, A_{\perp} – амплитуды однократного рассеяния волн, поляризованных параллельно и перпендикулярно плоскости рассеяния, $\cos \gamma = \mathbf{n}\mathbf{n}'$. Единичные векторы $\mathbf{n} = \{\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta\}$ и $\mathbf{n}' = \{\sin \theta' \cos \varphi', \sin \theta' \sin \varphi', \cos \theta'\}$ определяют направление движения фотона до и после акта рассеяния, $\mu = \cos \theta$, $\mu' = \cos \theta'$.

Уравнение для четвертого параметра Стокса V – разности интенсивностей волн, поляризованных по и против часовой стрелки – имеет вид [9]:

$$\left\{ \mu \frac{\partial}{\partial z} + n_0 \sigma \right\} V(z, \mu) = n_0 \int d\mathbf{n}' a_2(\mathbf{nn}') V(z, \mu'), \quad (2)$$

где

$$a_2(\cos \gamma) = \text{Re } A_{\parallel}^*(\cos \gamma) A_{\perp}(\cos \gamma).$$

Граничным условием к уравнениям (1), (2) является равенство $I(z = 0, \mu > 0) = V(z = 0, \mu > 0) = 1$.

Поскольку

$$\int d\mathbf{n}' a_2(\mathbf{nn}') < \sigma,$$

то уравнение (2) для V можно рассматривать как скалярное уравнение переноса в некоторой "поглощающей" среде. Эффективное поглощение характеризуется сечением

$$\sigma_{dep} = \int d\mathbf{n}' (a_1(\mathbf{nn}') - a_2(\mathbf{nn}')) \quad (3)$$

и описывает затухание циркулярной поляризации из-за рассеяния на неоднородностях среды. Величина $l_{dep} = (n_0 \sigma_{dep})^{-1}$ играет роль длины свободного пробега относительно деполаризующих столкновений.

В случае борновских рассеивателей ($k_0 a(n-1) \ll 1$, a – радиус рассеивателя, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны света) амплитуды связаны соотношением $A_{\parallel}(\cos \gamma) = A_{\perp}(\cos \gamma) \cos \gamma$ [8] и сечение деполаризации равно

$$\sigma_{dep} = \pi \int_0^{\pi} \sin \gamma d\gamma |A_{\perp}(\cos \gamma)|^2 (1 - \cos \gamma)^2. \quad (4)$$

Согласно (4), в условиях, когда однократное рассеяние происходит преимущественно на малые углы, циркулярная поляризация должна затухать на расстояниях, превышающих l_{tr} – длину изотропизации светового потока: $l_{dep} \sim l/\langle \gamma^4 \rangle \ll l_{tr} \sim l/\langle \gamma^2 \rangle$.

Для слабопреломляющих ($n-1 \ll 1$) сферических частиц усредненный по угловому масштабу $\Delta\gamma > \lambda/a$ формфактор $|A_{\perp}|^2$ убывает в области малых углов как $1/\gamma^4$ [8, 9], и отношение l_{dep}/l_{tr} оказывается пропорциональным логарифму характерного угла однократного рассеяния:

$$l_{dep}/l_{tr} \simeq \begin{cases} 2 \ln(2k_0 a), & k_0 a(n-1) \ll 1 \\ 3 \ln 1/(n-1), & k_0 a(n-1) \gg 1 \end{cases}. \quad (5)$$

Большая величина отношения l_{dep}/l_{tr} связана с резко анизотропным характером однократного рассеяния. Если дифференциальное сечение убывает медленнее, чем $1/\gamma^4$ (например, по закону Хенъи–Гринштейна $1/\gamma^3$ [9]), отношение l_{dep}/l_{tr} оказывается порядка единицы и деполаризация наступает одновременно с изотропизацией пучка.

Уравнения (1), (2) в пределе $l_{tr} \ll L \ll l_{dep}$ описывают диффузию излучения в среде и их можно решать в транспортном приближении [9] или, при анализе прохождения излучения через толстые слои вещества, в наиболее простом приближении уравнения пространственной диффузии [5, 9].

4. Для вычисления поляризации фотонов, прошедших через толстый ($L > l_{tr}$) слой вещества воспользуемся приближением пространственной диффузии. В этом приближении угловое распределение излучения предполагается близким к изотропному и решение уравнений (1), (2) может быть представлено в виде

$$I(z, \mu) = \frac{1}{4\pi} (I(z) + \mu l_{tr} \frac{\partial I(z)}{\partial z}), \quad V(z, \mu) = \frac{1}{4\pi} (V(z) + \mu l_{tr} \frac{\partial V(z)}{\partial z}). \quad (6)$$

Входящие в (6) величины $I(z)$ и $V(z)$ подчиняются уравнениям диффузии

$$\frac{\partial^2 I(z)}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 V(z)}{\partial z^2} - \frac{3}{l_{tr} l_{dep}} V(z) = 0. \quad (7)$$

Граничными условиями к (7) являются условиями на эффективных границах среды [5, 9]

$$I(z = -z_0) = V(z = -z_0) = 1, \quad I(z = L + z_0) = V(z = L + z_0) = 0, \quad (8)$$

где z_0 – экстраполированная длина. Точное значение z_0 зависит от особенностей однократного рассеяния, однако в пределах процентной погрешности $z_0 \simeq 0.71 l_{tr}$ [9].

Решение задачи (6)–(8) хорошо известно (см., например, [5, 9]). Для отношения V/I – спиральности прошедшего через слой излучения – находим²⁾

$$\frac{V}{I} = \frac{(L + 2z_0)/l_c}{\text{sh}[(L + 2z_0)/l_c]} \simeq \begin{cases} 1, & L < l_c \\ 2[(L + 2z_0)/l_c] \exp(-(L + 2z_0)/l_c), & L > l_c \end{cases}, \quad (9)$$

где $l_c = (l_{tr} l_{dep}/3)^{1/2}$ – характерная длина затухания циркулярной поляризации при прохождении через толстый слой непоглощающей среды. Таким образом, если значение толщины лежит в диапазоне $l_{tr} < L < l_c$, поток света, несмотря на почти изотропное распределение по углам, остается циркулярно поляризованным.

Представляет интерес сравнить полученное выражение для длины затухания циркулярной поляризации с данными эксперимента и численного моделирования [2]. В [2] определялись длины затухания линейной и циркулярной поляризаций в неупорядоченной среде, представляющей собой суспензию частиц латекса в воде (относительный показатель преломления частиц $n \simeq 1.19$). В среде с крупными неоднородностями затухание линейной поляризации происходит на расстояниях l_L , практически совпадающих с l_{tr} [2]. Результаты расчетов $l_{tr}/l_c = (3l_{tr}/l_{dep})^{1/2}$ на основе (3) по формулам Ми [8] и полученные из эксперимента и моделирования методом Монте-Карло значения l_L/l_c приведены на рис.1. Как показывает анализ, некоторое различие результатов может быть связано с использованной в [2] процедурой определения длин l_L и l_c .

5. Рассмотренный выше эффект медленного затухания циркулярной поляризации должен проявляться всякий раз, когда речь идет о корреляции кроссполяризованных полей. Дело в том, что коррелятор кроссполяризованных полей можно представить как сумму параметров Стокса U и V : $\langle E_{\parallel} E_{\perp}^* \rangle = 4\pi(U - iV)/c$ [8]. Величина U , как компонента линейной поляризации, затухает по мере изотропизации светового потока. Поэтому крупномасштабное поведение коррелятора кроссполяризованных полей в среде с большими рассеивающими частицами определяется величиной V .

²⁾ Для света, рассеянного прямо вперед ($\mu = 1$), второй параметр Стокса Q равен нулю из соображений симметрии и степень поляризации $P = \sqrt{V^2 + Q^2}/I$ всегда совпадает со спиральностью.

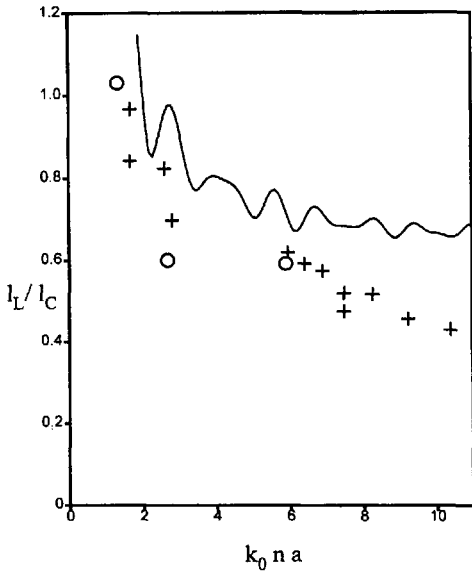


Рис. 1. Отношение длин затухания линейной и циркулярной поляризации в неупорядоченной среде. Сплошная кривая – результат настоящей работы; о – эксперимент [2]; + – результат статистического моделирования [2]

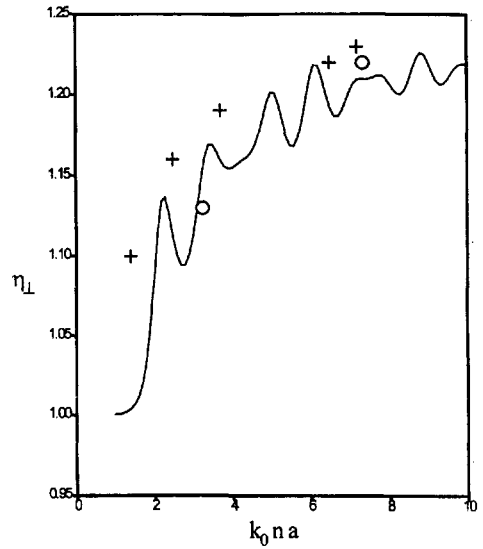


Рис. 2. Фактор усиления обратного рассеяния кроссполяризованного света. Сплошная кривая – расчет по формуле (11); о – эксперимент [4]; + – результат численного интегрирования векторного уравнения переноса [6]

Покажем, что эффект “сохранения” циркулярной поляризации объясняет обнаруженное еще в первых экспериментах по когерентному обратному рассеянию [4, 5] увеличение фактора рассеяния назад для кроссполяризованных волн с ростом размеров неоднородностей среды. Эта закономерность была подтверждена в [6] прямым численным интегрированием уравнения переноса, однако ее физическая причина до сих пор не была ясна.

Из выведенных в [11] (см. также [6]) соотношений, связывающих интерференционные добавки к матричным элементам функции Грина векторного уравнения переноса с величиной самих этих элементов, следует, что когерентный вклад в интенсивность отраженного света, поляризованного перпендикулярно падающему, можно представить в виде

$$I_{\perp}^{(coh)} = \frac{1}{2}(I_{\parallel} - I_{\perp} + V), \quad (10)$$

где I_{\parallel} и I_{\perp} – интенсивности некогерентно рассеянных волн, поляризованных параллельно и перпендикулярно падающим. Эта формула справедлива для рассеяния точно назад при близких к нормали углах падения излучения.

Для неупорядоченной среды с крупными частицами $I_{\parallel} \simeq I_{\perp}$ [4, 5], то есть при некогерентном обратном рассеянии линейно поляризованного света отраженный поток практически полностью деполаризован. В связи с этим фактор усиления рассеяния назад для кроссполяризованной компоненты отраженного света равен

$$\eta_{\perp} = \frac{I_{\perp}^{(coh)} + I_{\perp}}{I_{\perp}} \simeq 1 + \frac{V}{I_{\perp}} \quad (11)$$

и в соответствии с приведенными выше соображениями должен возрастать с увеличением размеров рассеивающих частиц. Справедливость сказанного проиллюстрирована на рис.2, где приведены результаты эксперимента [4], численного интегрирования уравнения переноса [6] и расчетов по формуле (11). Все данные приведены для частиц латекса в воде. Входящие в (11) значения V и I вычислялись в транспортном приближении (дифференциальное сечение заменялось на изотропное с равным транспортному полным сечением) [9]. Сами сечения вычислялись по теории Ми [8].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 96-02-17518) и Госкомвуза РФ (проект # 95-0-5.4-137).

-
1. F.C.MacKintosh, J.X.Zhu, D.J.Pine, and D.A.Weitz, *Phys.Rev.* **B40**, 9342 (1989).
 2. D.Bicout, C.Brosseau, A.S.Martinez, and J.M.Schmitt, *Phys.Rev.* **E49**, 1767 (1994).
 3. S.G.Demos and R.R.Alfano, *Opt.Lett.* **21** 161 (1996); *Difusing Photons in Turbid Media (special issue) Appl.Opt.* **36** 9 (1997).
 4. M.P. van Albada, M.B. van der Mark, and A.Legendijk, *Phys.Rev.Lett.* **58**, 361 (1987).
 5. P.E.Wolf, G.Maret, E.Akkermans, and R.Maynard, *J. de Phys.* **49**, 63 (1988).
 6. M.I.Mishchenko, *JOSA* **A9**, 978 (1992).
 7. С.М.Рытов, *ДАН СССР* **18**, 2 (1938).
 8. Р.Ньютон, *Теория рассеяния волн и частиц*, М.: Мир, (1969).
 9. H.C. van de Hulst, *Multiple Light Scattering*, Academic Press, New York, 1980.
 10. Е.Е.Городничев, Д.Б.Рогозкин, *ЖЭТФ* **107**, 209 (1995).
 11. А.А.Голубенцев, *Изв.вузов.Радиофизика* **27**, 734 (1984).