Письма в ЖЭТФ, том 68, вып.1, стр.67 - 72 © 1998г. 10 июля

ПСЕВДОДИПОЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИОНОВ С НЕНУЛЕВЫМИ ОРБИТАЛЬНЫМИ МОМЕНТАМИ

С.В.Малеев[1)]

Санкт-Петербургский институт ядерной физики им.Б.П.Константинова РАН
188350 Гатчина, Ленинградская обл., Россия

Поступила в редакцию 25 мая 1998 г.

Показано, что прямое обменное взаимодействие ионов, имеющих электроны (дырки) с орбитальными моментами L и ℓ, содержит вклад всегда $V_0(\mathbf{L},\boldsymbol{\ell})+V_1(\mathbf{L},\hat{B})(\hat{B},\boldsymbol{\ell})$, где $\hat{B}$ – единичный вектор вдоль связи, соединяющей ионы. В результате, при учете спин-орбитального взаимодействия возникает псевдодипольное взаимодействие спинов (полных моментов) рассматриваемых ионов, а также одноосная анизотропия. Обсуждается возможность использования найденного псевдодипольного взаимодействия для объяснения магнитных свойств купратов.

PACS: 74.72.Jt, 75.30.Et, 75.50.Ee

В последние годы выяснилось, что неколлинеарную магнитную структуру ряда антиферромагнетиков можно объяснить, только предполагая наличие псевдодипольного взаимодействия (ПДВ) между спинами (полными моментами) ионов [1–5]. Это ПДВ зависит от взаимной ориентации спинов ионов и направления соединяющей их связи. В простейшем случае оно имеет ту же структуру что и обычное магнитное дипольное взаимодействие:

$$V_{PD} = \frac{1}{2}\sum_{nn'} Q_{n'n}(\mathbf{S}_n, \hat{R}_{n'n})(\mathbf{S}_{n'}, \hat{R}_{n'n}), \tag{1}$$

где $\hat{R}_{nn'}$ – единичные векторы, соединяющие спины $\mathbf{S}_n$ и $\mathbf{S}_{n'}$. Однако для ближайших соседей $Q_{nn'}$ может быть значительно больше магнитного дипольного взаимодействия и иметь любой знак в зависимости от конкретной физической ситуации. Кроме того, на больших расстояниях ПДВ убывает быстрее, чем R^{-3}. В качестве примеров систем с ПДВ укажем купраты R_2CuO_4, где R=Pr, Nd, Sm и Eu [1, 3], слабый ферромагнетик с тетрагональной решеткой $Sr_2Cu_3O_4Cl_2$ [2], соединение $PrBa_2Cu_3O_{6-x}$ [5] и интерметаллиды U_2Pd_2X, где X=In, Sn [5]. К настоящему времени наиболее детально исследованы купраты R_2CuO_4, где ПДВ имеет место между ионами Cu^{2+} в плоскостях CuO_2 и между соседними плоскостями, а также между ионами Cu^{2+} и R^{3+} [1–3]. В [4] параметры ПДВ для ионов Cu^{2+} в плоскостях CuO_2 и между соседними плоскостями были определены из спектра спиновых волн, измеренного методом рассеяния нейтронов.

ПДВ было постулировано Ван-Флеком в 1937 г. По-видимому, его первый микроскопический вывод был дан в знаменитой статье Мориа [6]. Для редкоземельных металлов оно анализировалось в работах [7–9]. В последнее время большое количество работ было посвящено теоретическому анализу магнетизма плоскостей CuO_2 в купратах и, в частности, вычислению ПДВ. Мы укажем только некоторые из них [10–13], причем наиболее детальные результаты содержатся в двух последних статьях [12, 13], где, в частности, была вычислена величина ПДВ в плоскости

1) e-mail Maleyev@thd.pnpi.spb.ru

CuO_2: $P = 41$ мкэВ. Однако из экспериментальных данных работы [4] для Pr_2CuO_4 следует на порядок большая величина $P = 0.45 \pm 0.04$ мэВ. Такая большая величина ПДВ в Pr_2CuO_4 подтверждается также данными по ЭПР [14] и анализом данных по упругому рассеянию нейтронов в Pr_2CuO_4 [15] для образцов, помещенных в магнитное поле. Близкое значение ПДВ имеет также в $YBa_2Cu_3O_6$ [16]. Таким образом, имеет место расхождение между теоретическим расчетом и экспериментальными данными, причина которого в настоящее время неясна.

В этой заметке мы предлагаем новый механизм возникновения ПВД, который до сих пор не обсуждался в литературе. Мы показываем, что прямой обмен между ионами, имеющими электроны (дырки) с ненулевыми орбитальными моментами при учете спин-орбитальной связи, приводит к псевдодипольному взаимодействию, а также к одноосной анизотропии.

Рассмотрим два иона 1 и 2, имеющих электроны (дырки) с угловыми моментами L и ℓ и расположенные вдоль оси x в точках $\pm a/2$, соответственно. Энергия их обменного взаимодействия имеет вид

$$J = \sum_{M',M,m',m} V_{M',M,m',m} d^+_{M',\alpha} p^+_{m',\beta} d_{M,\beta} p_{m,\alpha} \,, \tag{2}$$

где $d_{M,\beta}$ и $p_{m,\alpha}$ – операторы уничтожения электронов (дырок) в орбитальных состояниях M и m и с проекциями спинов α и β для первого и второго ионов, соответственно, а обменный интеграл имеет вид

$$V_{M',M,m',m} = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \psi^*_{LM'}(\mathbf{r}_2)\varphi_{\ell m}(\mathbf{r}_2)V(\mathbf{r}_{12})\psi_{LM}(\mathbf{r}_1)\varphi^*_{\ell m'}(\mathbf{r}_2) \,, \tag{3}$$

где $V(\mathbf{r}_{12})$ – кулоновский потенциал взаимодействия двух электронов, а ψ_{LM} и $\varphi_{\ell m}$ – волновые функции первого и второго ионов.

Очевидно, $V_{M',M,m',m}$ – это матрица в пространстве квантовых чисел ионов 1 и 2, которая может быть разложена по соответствующим неприводимым операторам. Ограничиваясь первыми двумя членами такого разложения, имеем

$$V_{M',M,m',m} = J_0 \delta_{M',M} \delta_{m',m} + L^i_{M'M} V_{ij} \ell^j_{m'm} + \dots \,, \tag{4}$$

где $\boldsymbol{L}$ и $\boldsymbol{\ell}$ – операторы угловых моментов ионов. Первое слагаемое в (4) приводит к обычному обменному взаимодействию ($s - d$-обмен), а второе, как мы увидим ниже, – к кристаллографической анизотропии и ПДВ. Отметим еще, что если один из ионов заменить электронами проводимости, то второе слагаемое в (4) описывает винтовое рассеяние (skew scattering) электронов проводимости на локализованном орбитальном моменте [17].

Для двух изолированных ионов из соображений симметрии ясно, что

$$V_{ij} = V_0 \delta_{ij} + V_1 \hat{B}_i \hat{B}_j \,, \tag{5}$$

где $\hat{B}$ — единичный вектор вдоль оси, соединяющей ионы. Из (3) и (4) следует, что

$$V_{ij} = [(2L+1)(2\ell+1)L(L+1)\ell(\ell+1)]^{-1} Tr(L_i V \ell_j) \,. \tag{6}$$

Представим, как это обычно делается, волновые функции ионов в виде $\psi_{LM}(\mathbf{r}) = Y_{LM}(\hat{r})\psi_L(r)$ и $\varphi_{\ell m}(\mathbf{r}) = Y_{\ell m}(\hat{r})\varphi_\ell(r)$, где Y_{LM} – обычные сферические функции и $\hat{r} = \mathbf{r}/r$. При этом, однако, надо помнить, что центры ионов 1 и 2 расположены в точках $-\mathbf{a}/2$ и $\mathbf{a}/2$, соответственно. В результате из (3) и (6) получаем, что в выражении для V_{ij} под интегралом стоит множитель

$$\mathbf{R}_L(\hat{r}_1, \hat{r}_2) = [(2L+1)L(L+1)]^{-1} \sum_{M,M'} Y_{LM}(\hat{r}_1)\mathbf{L}_{MM'}Y^*_{LM'}(\hat{r}_2) \tag{7}$$

и выражение, получающееся из (7) заменой $L \to \ell$ и $\hat{r}_{1,2} \to \hat{r}_{2,1}$. Величина $\mathbf{R}_L$, очевидно, является t-нечетным аксиальным вектором, зависящим от единичных векторов $\hat{r}_1$ и $\hat{r}_2$. Поэтому в самом общем виде имеем

$$\mathbf{R}_L(\hat{r}_1, \hat{r}_2) = i[\hat{r}_2 \times \hat{r}_1]g_L, \quad g_L = g_L(\hat{r}_2 \cdot \hat{r}_1)\,. \tag{8}$$

Простой расчет, использующий конкретные выражения для шаровых функций [18], дает: $g_1 = (8\pi)^{-1}$, $g_2 = (\hat{r}_1 \cdot \hat{r}_2)(8\pi)^{-1}$ и $g_3 = [5(\hat{r}_1 \cdot \hat{r}_2)^2 - 1](32)^{-1}$, и в результате, учитывая (5), находим

$$V_0 = \frac{1}{2}\int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \{([\hat{r}_2 \times \hat{r}_1]_{\mathrm{I}} \cdot [\hat{r}_2 \times \hat{r}_1]_{\mathrm{II}}) - ([\hat{r}_2 \times \hat{r}_{\mathrm{I}}]_{\mathrm{I}} \cdot \hat{B})([\hat{r}_2 \times \hat{r}_1] \cdot \hat{B})\} \times \tag{9}$$

$$\times\, g_{L\mathrm{I}} g_{l\mathrm{II}} \psi_L(r_2)\psi_L(r_1)\varphi_\ell(r_2)\varphi_\ell(r_1)V(r_{12})\,,$$

$$V_1 = \frac{1}{2}\int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \{3(\hat{B} \cdot [\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_1])_{\mathrm{I}}(\hat{B} \cdot [\hat{r}_2 \times \hat{r}_1])_{\mathrm{II}} -$$

$$-([\hat{r}_2 \times \hat{r}_1]_{\mathrm{I}} \cdot [\hat{r}_2 \times \hat{r}_1]_2)\} g_{L\mathrm{I}} g_{l\mathrm{II}} \psi_L(r_2)\psi_L(r_1)\varphi_\ell(r_2)\varphi_\ell(r_1)V(r_{12})\,,$$

где индексы I и II указывают на то, что началом координат являются центры первого и второго ионов.

Формулы (2), (4), (5) и (9) совместно с выражением для уровней энергий ионов в кристаллическом поле и при учете спин-орбитального взаимодействия позволяют, в принципе, полностью определить прямое билинейное обменное взаимодействие спинов (полных моментов) двух ионов с отличными от нуля орбитальными моментами. Однако в общем виде это сделать нельзя. Поэтому ниже мы рассмотрим два конкретных примера возникновения ПДВ для слабой спин-орбитальной связи, а затем приведем качественные соображения о ПДВ для случая сильного LS-взаимодействия.

I. ПДВ, возникающее в результате прямого обмена между ионами с $L = \ell = 2$, находящимися в тетрагональном окружении. Этот пример может иметь отношение к $Sr_2Cu_3O_4Cl_2$ [2]. В этом веществе имеются плоскости, устроенные следующим образом: в центрах каждого второго плакетта (Plaquette) решетки CuO_2 (ионы Cu I) находятся дополнительные ионы Cu^{2+} (Cu II). Ниже $T_N \simeq 380\,\mathrm{K}$ в этом тетрагональном веществе наблюдается слабый ферромагнетизм, который был объяснен в [2] наличием псевдодипольного взаимодействия между парами ионов CuI и CuII. Поскольку вдоль связи, соединяющей эти ионы, нет других ионов, возникновение ПДВ между ними в результате прямого обмена представляется естественным. Здесь следует отметить, что окружение ионов CuI и CuII различно, и поэтому не совпадают действующие на них кристаллические поля. Более того, строго говоря, поле, действующее на ион CuI не имеет тетрагональной симметрии. Однако ниже, для простоты, мы будем пренебрегать этими обстоятельствами, учет которых может только понизить симметрию окончательного выражения и изменить конкретный вид входящих в него коэффициентов. Итак, выбирая направление, соединяющее ионы CuI и CuII, за ось $\hat{B}$ и учитывая (2), (4) и (5), получаем:

$$V_{\mathrm{I,II}} = -[V_0 \mathbf{L}_{M_1',M_1} \mathbf{L}_{M_2',M_2} + V_1(\hat{B}, \mathbf{L}_{M_1',M_1})(\hat{B}, \mathbf{L}_{M_2',M_2})](d^+_{M_1'\alpha} d_{M_1\beta})_{\mathrm{I}} (d^+_{M_2'\beta} d_{M_2\alpha})_{\mathrm{II}}, \tag{10}$$

где $d^+_{\mathrm{I,II}}$ описывают рождение d-дырки на ионах I и II, соответственно. $\hat{B} = (\hat{a}+\hat{b})2^{-1/2}$, где $\hat{a}$ и $\hat{b}$ – орты вдоль осей x и y, направленных вдоль Cu–O–Cu-связей в плоскостях CuO_2.

Мы будем пользоваться следующей системой волновых функций ионов меди в тетрагональном кристаллическом поле [12]: $\psi_O \sim x^2 - y^2$, $\psi_1 \sim 3z^2 - r^2$, $\psi_X \sim yz$, $\psi_Y \sim zx$ и $\psi_Z \sim xy$, где z – направление вдоль оси $\hat{c}$, перпендикулярной плоскостям CuO_2. Эти функции расположены в порядке возрастания энергий. Ниже мы считаем $E_0 = 0$, кроме того, состояния ψ_X и ψ_Y вырождены и им соответствует энергия E_2. Спин-орбитальное взаимодействие $\lambda(\mathbf{S}, \mathbf{L})$ смешивает состояния ионов, и в первом порядке теории возмущений в (10) надо произвести замену:

$$d^+_{M\alpha} \to d^+_{M\alpha} - \lambda \sum_{M_1} d^+_{M_1\mu}(\mathbf{S}_{\mu\alpha} \mathbf{L}_{M_1,M}) E^{-1}_{M_1,M}. \tag{11}$$

В результате, учитывая, что оба иона находятся в основном состоянии, после стандартных вычислений находим:

$$V^{(B)}_{1,2} = -2V_0 \frac{\lambda^2}{E_2^2}(\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2) - 2V_0\lambda^2 \left(\frac{16}{E_Z^2} - \frac{1}{E_2^2}\right) S_{1z}S_{2z} - 2V_1 \frac{\lambda^2}{E_2^2}(\hat{B}\mathbf{S}_1)(\hat{B}\mathbf{S}_2). \tag{12}$$

Здесь первое слагаемое – это поправка к изотропному обмену, второе — энергия одноосной анизотропии, а третье — является ПДВ вдоль связи, соединяющей ионы CuI и CuII.

Рассмотрим теперь прямой обмен между соседними ионами Cu^{2+} на плоскости CuO_2 для связи вдоль оси x. Для этого надо в (12) заменить $\hat{B}$ на $\hat{a}$. Соответствующее выражение удобно представить в виде

$$V^{(a)}_{1,2} = \delta J \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 + A S_{1z} S_{2z} + P(S_{1x}S_{2x} - S_{1y}S_{2y}), \tag{13}$$

где $\delta J = -\lambda^2(2V_0 + V_1)E_2^{-2}$; $A = -[2V_0(16E_Z^{-2} - E_2^{-2}) - V_1 E_2^{-2}]\lambda^2$ и $P = -V_1\lambda^2 E_2^{-2}$. При замене x на y последнее слагаемое в (13) меняет знак. Именно в таком виде выражение для ПДВ было использовано в [4] и [12] для изучения спектра спиновых волн.

II. Мы рассмотрели прямой обмен между ионами меди. На самом деле, по-видимому, главным взаимодействием между ионами Cu^{2+} в плоскости CuO_2 является косвенный обмен через промежуточный ион O^{2-} [12]. В этом случае надо учитывать переходы дырок с ионов меди на кислород. Рассмотрим опять для определенности связь вдоль оси x и будем характеризовать состояния дырки на ионе кислорода следующим образом [12]: $\varphi_0(\mathbf{r}) = \varphi_{2p_x}(\mathbf{r}) \sim x$; $\varphi_z(\mathbf{r}) = \varphi_{2p_y}(\mathbf{r}) \sim y$ и $\varphi_y(\mathbf{r}) = \varphi_{2p_z}(\mathbf{r}) \sim z$. Здесь и ниже состояния кислорода в отличие от состояний иона меди характеризуются маленькими буквами.

Переход дырки с меди на кислород будем описывать обычным образом, введя взаимодействие

$$T = \sum_{i=1,2} t_{M,m}(d^+_{iM\alpha} p_{m\alpha} + p^+_{m\alpha} d_{iM\alpha}), \tag{14}$$

где $p^+_{m\alpha}$ – оператор рождения дырки на ионе O^{2-}, $t_{M,m} = t_{m,M}$ и индекс i нумерует два соседних иона Cu^{2+}. Согласно [12], для связи вдоль оси x имеются следующие отличные от нуля интегралы перехода: $t_{O,0}$; $t_{1,0}$; $t_{Y,y}$; $t_{Z,z}$. Взаимодействие (14) приводит к смешиванию p и d состояний и в результате происходит замена

$$p^+_{m\alpha} \to p^+_{m\alpha} - \sum_M d^+_{M\alpha} t_{M,m} E^{-1}_{M,m} \,. \tag{15}$$

Учитывая теперь (2), (4), (5) и выражение для спин-орбитального взаимодействия на ионе меди, получаем следующее выражение для сверхобменного взаимодействия ионов меди для связи вдоль оси x:

$$V^{(x)}_S = V^{(S)}_z S_{1z} S_{2z} + V^{(S)}_0 S_{1y} S_{2y} \,, \tag{16}$$

где $V^{(S)}_z = -32 V_0 \lambda^2 t_{O,0} t_{Z,z} (E^2_Z E_{O,0} E_{Z,z})^{-1}$ и $V^{(S)}_0 = -4 V_0 \lambda^2 t_{O,0} t_{Y,y} (E^2_2 E_{O,0} E_{Y,y})^{-1}$. Очевидно, что для связи вдоль оси y в (16) надо заменить $S_{1y}S_{2y}$ на $S_{1x}S_{2x}$; при этом коэффициент $V^{(S)}_0$ не меняется, так как в силу тетрагональной симметрии $t_{Y,y} = t_{X,x}$ и $E_{Y,y} = E_{X,x}$. Отметим еще, что в (16) нет произведения $S_{1x}S_{2x}$. Это следствие того обстоятельства, что $\ell_x \varphi_0 = 0$. Таким образом, ПДВ появилось в результате спин-орбитального взаимодействия и не связано с неизотропной частью выражения (5). Однако в нашем случае, в отличие от результатов работ [12, 13], ПДВ имеет место уже во втором порядке по интегралам перескока t_{ab} и не содержит малого множителя U^{-1}, где U – энергия кулоновского отталкивания дырок на ионе меди.

Выражение (16) удобно переписать в виде, аналогичном (13):

$$V^{(a)}_S = \delta J_S \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 + A_S S_{1z} S_{2z} + P_S (S_{1x} S_{2x} - S_{1y} S_{2y}) \,, \tag{17}$$

где $\delta J_S = -P_S = V^{(S)}_0/2$ и $A_S = V^{(S)}_z - V^{(S)}_0/2$. Однако непосредственно использовать это выражение для описания анизотропии и ПДВ в плоскостях CuO_2 нельзя. Действительно, согласно [12, 13], $T_{Z,z} = t_{Y,y}$, $E_Z \simeq E_2$, $E_{Z,z} \simeq E_{Y,y}$ и $A_S = 8V_0$ (восьмерка в этом выражении связана со значениями матричных элементов: $L^z_{0z} = 2$ и $|\ell^y_y| = |L^y_y| = 1$). В результате оказывается, что $A_S = -(15/2)P_S$. В то же время, A_S и P_S определяют щели Δ_{out} и Δ_{in} в спектре спиновых волн, поляризованных вдоль оси z и в плоскости (x, y), соответственно [4, 12]. Из экспериментальных данных по рассеянию нейтронов в Pr_2CuO_4 следует, что $A > 0$ и $|P| \simeq A/4$. Приблизительно такое же соотношение имеет место и в $YBa_2Cu_3O_{6+x}$ [16]. Таким образом, в обоих случаях мы имеем $|P| > A$, что противоречит полученному результату для P_S и A_S. Здесь следует отметить, что константа A, вычисленная в [12, 13], близка к экспериментальному значению. Однако величина ПДВ оказалась на порядок меньше (см. выше). Поэтому результаты работ [12, 13] также нуждаются в уточнении. В принципе, возможны следующие варианты: 1) основную роль играет прямой обмен между соседними ионами Cu^{2+}, рассмотренный выше; 2) приведенные в [12, 13] данные параметров не соответствуют действительности; 3) рассмотрение изолированной тройки ионов Cu^{2+}–O^{2-}–Cu^{2+} недостаточно для микроскопического вычисления величин A и P.

Для нас, однако, важно одно: предлагаемая простая модель прямого обмена между ионами с электронами, имеющими ненулевые орбитальные моменты, естественным образом приводит как к одноосной анизотропии, так и к ПДВ, то есть зависимости взаимодействия спинов от направления соединяющей их связи. Другими словами, уже в ней имеется необходимое для этого нарушение симметрии.

III. Мы рассмотрели механизм возникновения ПДВ между ионами со слабой LS-связью. При этом одновременно возникает и одноосная анизотропия. Очевидно, что аналогичные явления имеют место и в случае, когда один или оба иона в паре имеют сильную LS связь. В результате должны возникать формулы типа (12), (13) и (17), где один спин или оба спина заменены на полные моменты соответствующих ионов. Такая ситуация имеет место в соединениях R_2CuO_4, где R=Pr, Nd, Sm и Eu. Действительно, неколлинеарное упорядочение моментов редкоземельных ионов объясняется ПДВ между ионами Cu^{2+} и R^{3+} [1,3]. Далее, два перехода, связанных с относительной переориентацией спинов меди в соседних плоскостях CuO_2, имеющие место в Nd_2CuO_4, были объяснены ПДВ между ионами Cu^{2+}, возникающим в результате сверхобмена по двум конкурирующим путям, включающим один и два промежуточных крамерсоновских иона Nd^{3+} [3, 4]. При этом неизбежно приходится рассматривать ПДВ и между двумя редкоземельными ионами с сильной LS связью. В этом случае пути сверхобмена Cu–Nd–Cu и Cu–Nd–Nd–Cu являются самыми короткими и поэтому рассматриваемый в настоящей статье механизм возникновения ПДВ, обусловленный прямым обменом между соседними ионами, должен играть главную роль.

Итак, мы рассмотрели новый механизм возникновения псевдодипольного взаимодействия и одноосной анизотропии в результате прямого обмена между ионами с электронами (дырками), обладающими ненулевыми орбитальными моментами. Мы обсудили также возможности использования этого механизма для описания магнитных свойств купратов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 96-2-18037а и 96-15-96775).

---

1. P.Bourges, L.Boudarene, and D.Petitgrand, Physica **B180-181**, 128 (1992).
2. F.C.Chou, A.Aharony, B.J.Birgeneau, O.Entin-Wohlman et al., Phys.Rev.Lett. **78**, 535 (1997).
3. R.Sachidanandam, T.Yildirim, A.B.Harris, A.Aharony et al., Phys.Rev. **B56**, 260 (1997).
4. D.Petitgrand, S.V.Maleyev, P.Bourges, and A.Ivanov, Phys.Rev. **B**, (submitted).
5. С.В.Малеев, Письма в ЖЭТФ (в печати).
6. T.Moriya, Phys.Rev. **120**, 91 (1960).
7. T.A.Kaplan and D.H.Lyons, Phys.Rev. **129**, 2072 (1963).
8. P.-A.Lindgård, Phys.Rev.Lett. **78**, 4641 (1997).
9. С.В.Малеев, Письма в ЖЭТФ **61**, 43 (1995).
10. W.Koshibae, Y.Ohta, and S.Maekawa, Phys.Rev. **B50**, 3767 (1994).
11. F.Barriquand and G.A.Sawatzky, Phys.Rev. **B50**, 16649 (1994).
12. T.Yildirim, A.B.Harris, A.Aharony, and O.Entin-Wohlman, Phys.Rev. **B52**, 10239 (1995).
13. O.Entin-Wohlman, A.B.Harris, and A.Aharony, Phys.Rev. **B53**, 11661 (1996).
14. В.В.Еременко, С.А.Звягин, В.В.Пишко, С.Н.Барило и др., Письма в ЖЭТФ **52**, 955 (1990).
15. I.W.Sumarlin, J.W.Lynn, T.Chattopadhyay, S.N.Barilo et al., Phys.Rev. **B51**, 5824 (1995).
16. P.Bourlet, J.Y.Henry, and L.P.Regnault, Physica **C296**, (in press 1998).
17. J.Kondo, Progr. of Theor.Phys. **27**, 772 (1962).
18. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, М., 1963.