

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ В ТВЕРДОМ He^4 , ВЫРАЩЕННОМ В ЗАМКНУТОМ КАПИЛЛЯРЕ

И.А. Гачечиладзе, Д.В. Павлов

Рассмотрен рост кристалла He^4 в замкнутом объеме (метод "блокированного роста"). Получено распределение плотности твердой фазы вдоль оси длинного цилиндрического контейнера, первоначально заполненного жидкостью под давлением.

Метод "блокированного капилляра" является широко применяемым способом получения твердого гелия. При этом предполагается, что получаемые образцы имеют однородную плотность, равную исходной плотности жидкости¹⁻⁴. Однако, при росте кристаллов в узких капиллярах справедливость такого предположения не очевидна.

Рассмотрим, как происходит рост кристалла He^4 в замкнутом цилиндрическом контейнере, предварительно заполненном жидким He^4 при давлении $P_0 > 25$ атм.

Понижим температуру одного конца контейнера до температуры затвердевания для заданного P_0 . При этом на охлаждаемой торцевой поверхности начнется кристаллизация гелия. При условии $L \gg R$, где L – длина, а R – внутренний радиус контейнера, границу раздела между твердой и жидкой фазами будем считать плоской и перпендикулярной оси контейнера. Направим ось z вдоль этой оси, положительное направление зададим совпадающим с направлением движения границы, а начало отсчета свяжем с плоскостью охлаждаемого торца.

Вследствие того, что плотность твердого He^4 , $\rho_{\text{ТВ}}$, выше, чем плотность жидкого, $\rho_{\text{Ж}}$, при том же давлении, прорастание твердой фазы должно сопровождаться отбором массы от жидкой фазы, а давление жидкости – непрерывно понижается по мере роста кристалла. Плотность твердого гелия, в свою очередь, зависит от давления кристаллизации, поэтому при росте в замкнутом объеме образуется кристалл с неоднородной по длине плотностью $\rho_{\text{ТВ}}(Z)$.

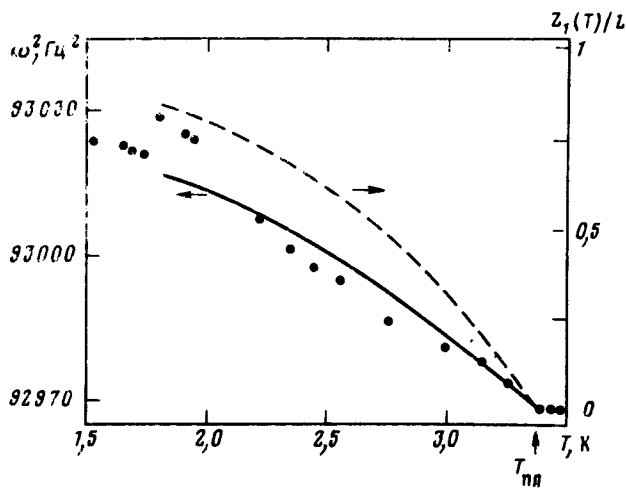
Выясним вид функции распределения плотности $\rho_{\text{ТВ}}(Z)$ в предположении, что перераспределения плотности в твердой фазе не происходит. Не будем также учитывать, что разность $\Delta\rho = \rho_{\text{ТВ}} - \rho_{\text{Ж}}$ меняется вдоль кривой плавления, так как в пределах от 30 до 120 атм это изменение не превышает 4%⁵.

Пусть на кристалл длиной $Z_1 < L$ вырос бесконечно тонкий слой твердой фазы dz . Условие сохранения массы приводит к дифференциальному уравнению $d\rho_{\text{Ж}}(z_1)/dz_1 = -\Delta\rho / (L - z_1)$. Обозначив через $\rho_{\text{Ж}}(0)$ начальную плотность жидкости, получаем

$$\rho_{\text{Ж}}(z_1) = \rho_{\text{Ж}}(0) + \Delta\rho \ln(1 - z_1/L), \quad (1)$$

Начальная плотность кристалла $\rho_{\text{ТВ}}(0) = \rho_{\text{Ж}}(0) + \Delta\rho$, поэтому при сделанных выше допущениях распределение плотности твердой фазы имеет вид

$$\rho_{\text{ТВ}}(z) = \rho_{\text{ТВ}}(0) + \Delta\rho \ln(1 - z/L), \quad 0 \leq z \leq z_1. \quad (2)$$



Температурная зависимость собственной частоты капилляра, заполненного гелием. $P_0 = 95$ атм — экспериментальные данные, сплошная кривая — расчет по формулам (3) и (4). Штриховая линия — относительная длина прорастания кристалла, рассчитанная по формуле (4)

В работе ² измерялась собственная частота ω изгибных колебаний цилиндрического контейнера ($L = 30$ мм, $R = 0,15$ мм), в котором He^4 затвердевал методом блокированного капилляра. Рост кристалла у закрепленного и охлаждаемого конца приводил к оттоку массы жидкости от колеблющегося свободного конца, что повышало собственную частоту колебаний (точки на рис. 1).

При условии $\rho_{\text{ж}} < \rho_{\text{ТВ}} \ll \sigma / \pi R^2$ относительный сдвиг квадрата собственной частоты выражается следующей формулой

$$\Delta\omega^2(z_1) / \omega^2 = -(\pi R^2 / \sigma) \int_0^L x^2(z) \rho(z) dz / \int_0^L x^2(z) dz, \quad (3)$$

где σ — линейная плотность незаполненного контейнера, $x(z)$ — функция, описывающая форму однородного стержня при изгибных колебаниях (см. ⁶), а $\rho(z) = \rho_{\text{ТВ}}(z)$ при $0 \leq z \leq z_1$ и $\rho(z) = \rho_{\text{ж}}(z_1)$ при $z_1 < z \leq L$.

Положение границы раздела фаз $z_1(T)$ с помощью известной температурной зависимости $\tilde{\rho}_{\text{ТВ}}(T)$ вдоль кривой плавления ⁵ и уравнения (2) можно однозначно связать с температурой:

$$z_1(T) / L = 1 - \exp[(\tilde{\rho}_{\text{ТВ}}(T) - \rho_{\text{ТВ}}(0)) / \Delta T]. \quad (4)$$

Результаты численного расчета сдвига частоты по формулам (3), (4) приведены на рисунке сплошной кривой. Пунктирная кривая дает расчетную зависимость относительной длины прорастания кристалла $z_1(T) / L$. В интервале температур $1,8 \leq T \leq 3,4$ К (3,4 К — температура кристаллизации при начальном давлении 95 атм) наблюдается удовлетворительное согласие расчетного и измеренного сдвигов частоты. Резкое уменьшение частоты, наблюдавшееся при $T = 1,78$ К, связано с зарождением γ -фазы, при котором в контейнере возникает трехфазная система. Поэтому дальнейший рост кристалла He^4 не может рассматриваться в рамках данной модели.

Однако, без учета возникновения γ -фазы из уравнения (1) следует, что при некотором z_1 плотность жидкости достигает значения, соответствующего давлению 25 атм, и рост кристалла прекратится. Хотя прорастание γ -фазы вызывает заметное перераспределение массы, оно, как видно из экспериментальных данных на рисунке, не приводит к полному выравниванию плотности. Поэтому при кристаллизации методом блокированного капилляра гелий может не прорасти на всю длину контейнера.

Отметим, что при полном выравнивании плотности по всей длине контейнера частота его колебаний должна была бы вернуться к своему первоначальному значению (при условии постоянства массы гелия внутри контейнера) или даже опуститься ниже (при продавливании добавочной массы из линии заполнения). Поскольку этого не наблюдается, перераспреде-

ние плотности в кристаллах, выращенных в заблокированном капилляре с указанными размерами за время порядка нескольких часов, незначительно.

Сдвиговые напряжения в кристалле, соответствующие расчетному градиенту плотности, достигают $(1 \div 5) \cdot 10^5$ дин/см². Эта величина на порядок превышает значения, при которых в экспериментах с массивными образцами наблюдалось пластическое течение твердого He⁴ [7].

Таким образом, предложенная модель дает качественно правильную картину роста кристалла He⁴ в замкнутом объеме с указанными L и R . Вопросы, связанные с микроструктурой кристаллов переменной плотности, причины их аномальной прочности и механизм прорастания γ -фазы заслуживают, на наш взгляд, специального рассмотрения.

Литература

1. Григорьев В.Н., Есельсон Б.Н., Михеев В.А. ЖЭТФ, 1973, 64, 608.
2. Андроникашвили Э.Л., Гачечиладзе И.А., Мелик-Шахназаров В.А. ФНТ, 1975, 1, 635.
3. Paalanen M.A., Bishop D.J., Dail H.W. Phys. Rev. Lett., 1981, 46, 664.
4. Bishop D.J., Paalanen M.A., Reppy J.D. Phys. Rev., B, 1981, 24, 2844.
5. Grilly E.R., Mills R.L. Ann. Phys., 1959, 8, 1.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965, с. 149.
7. Цымбаленко В.Л. ЖЭТФ, 1977, 72, 1885.

Поступила в редакцию

10 апреля 1985 г. .