

ПРИМЕСИ И МЕЖЭЛЕКТРОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В КВАНТОВОМ ЭФФЕКТЕ ХОЛЛА

В. Л. Покровский, А. Л. Талапов

В рамках модели короткодействующих электронов и примесей объясняется целочисленное и дробное квантование эффекта Холла.

Целочисленное квантование эффекта Холла, экспериментально обнаруженное Клитцингом и др.¹, обычно объясняется на основе теории, учитывающей лишь взаимодействие электронов с примесями²⁻⁸. Дробное квантование эффекта Холла, открытое Тсуи и др.⁹, нельзя объяснить без учета взаимодействия электронов. Теория, предложенная Лафлином¹⁰ и развитая Холдейном¹¹ и Халпериним¹², рассматривает лишь межэлектронное взаимодействие. Очевидно, что и в случае дробного квантования взаимодействие с примесями существенно. Именно оно приводит к появлению ступенек на кривой зависимости σ_{xy} от магнитного поля. В случае целочисленного квантования точность его настолько высока, что учет возможных поправок к одноэлектронной теории становится актуальным. Нью и Таулес¹³ и Аврон и Зайлер¹⁴ показали, что целочисленное квантование холловской проводимости носит топологический характер и возникает при условии, что основное состояние системы электронов невырождено и отделено энергетической щелью от возбужденных состояний. Их рассмотрение не ограничено конкретной моделью, но не ставит вопроса о том, откуда берутся желаемые свойства основного состояния.

Мы предлагаем простую модель, в которой учитывается как взаимодействие электронов между собой, так и их взаимодействие с примесями. В рамках этой модели холловская проводимость остается постоянной в некотором интервале магнитных полей или концентрации электронов и равной целому числу квантов e^2/h , либо такому кванту, деленному на нечетное число m .

В модели кулоновское взаимодействие между частицами заменяется короткодействующим отталкивающим потенциалом $V(r)$. Взаимодействие электронов с примесями $V_i(r)$ также предполагается короткодействующим и отталкивательным. Задача состоит в нахождении основного состояния при заданных полном числе частиц N , числе примесей N_i и их расположении, которое предполагается случайным, и при заданном внешнем магнитном поле, которое мы будем характеризовать числом квантов потока $2S$ через площадь, занятую системой.

Мы начнем с упрощенной задачи, в которой нет примесей. Эта задача была решена ранее в работах авторов ¹⁵ и Трагмана и Кивельсона ¹⁶. В главном порядке по малому параметру $(a/l_H)^2$, где a — радиус взаимодействия, l_H — магнитная длина, любая волновая функция, имеющая нуль не менее чем третьего порядка при совпадении координат пары электронов, дает нулевую энергию. Такие функции возможны только при $\nu \equiv N/2S \leq 1/3$, и для таких значений ν осуществляют основное состояние. При $\nu = 1/3$ волновая функция совпадает с функцией ψ_L , предложенной Лафлином ¹⁰ при $m = 3$ (обозначения те же, что и в ¹⁰).

$$\psi_L = \prod_{1 \leq i < k \leq N} (z_i - z_k)^m e^{-\sum |z_j|^2/4}. \quad (1)$$

Основное состояние Лафлина невырождено. Наинищее возбужденное состояние с $\nu = 1/3$ имеет конечную энергию порядка $V_1 \sim \int V(r) r^2 d^2r$. При $\nu < 1/3$ основное состояние многократно вырождено. Волновая функция любого из этих состояний имеет вид

$$\psi = \psi_L \cdot Q(z_1, \dots, z_N), \quad (2)$$

где Q — симметричный полином степени не более чем $s = 2S - 3(N - 1)$ по каждой из переменных.

Фактически мы представляем $V(r)$ в форме ряда

$$V(r) = V_0 \delta(r) + V_1 \Delta \delta(r) + V_2 \Delta^2 \delta(r) + \dots \quad (3)$$

До сих пор мы ограничивались рассмотрением двух первых членов этого ряда. Включение следующих двух уменьшает вырождение основного состояния для $1/5 \leq \nu \leq 1/3$. Для $\nu = 1/5$ состояние, описываемое волновой функцией ψ_L с $m = 5$, становится невырожденным основным состоянием, отделенным щелью от возбуждений. Величина щели порядка $V_3 \sim \int V(r) r^6 d^2r$. Таким образом возникает последовательность основных состояний с $\nu = 1/m$, отделенных от возбужденных щелями. Энергия основного состояния системы взаимодействующих электронов как функция ν имеет особенности при $\nu = 1/m$. Взаимодействие между электронами не может изменить величину σ_{xy} , которая, как и для свободных электронов, равна Ne^2c/H .

Перейдем теперь к рассмотрению системы с примесями. Потенциал взаимодействия электрона с примесью разложим в ряд по производным от δ -функций и ограничимся первым членом:

$$V_i(r) = V_i \delta(r). \quad (4)$$

Пусть $\nu < 1/3$. Тогда основное состояние без примесей многократно вырождено. Примеси снимают вырождение. Поскольку V_i положительно, выгодно, чтобы волновая функция обращалась в нуль в тех точках, где находятся примеси. Таким образом мы приходим к следующему виду волновой функции основного состояния:

$$\psi = \prod_{\substack{1 \leq j < N \\ 1 \leq k \leq N_i}} (z_j - \xi_k) \psi_L(z_1, \dots, z_N), \quad (5)$$

где $\xi_k = x_k + iy_k$ — комплексная координата k -той примеси. Энергия этого состояния в главном приближении по $(a/l_H)^2$ равна нулю. Аналогичное явление в одноэлектронном приближении было отмечено Баскиным и др. ¹⁷. Однако, такое состояние осуществляется лишь при вы-

полнении условия $N_i \leq s = 2S - 3(N - 1)$. Если неравенство строгое, то основное состояние по-прежнему остается вырожденным. Волновая функция (5) допускает наглядное истолкование: на каждой примеси локализуется лафлиновская квазидырка¹⁰ с зарядом $+|e|/3$.

В случае $N_i > s$ уже невозможно разместить квазидырки на всех примесях. Будем искать волновую функцию основного состояния в виде, подобном (5)

$$\psi = \prod_{\substack{1 \leq j \leq N \\ 1 \leq k \leq s}} (z_j - \xi_k) \psi_L(z_1, \dots, z_N), \quad (6)$$

где выбор s примесей из N_i осуществляется из условия минимальности энергии. Чтобы волновая функция основного состояния имела вид (6) достаточно выполнение двух условий: $V_i < V_1$, $N_i \ll N$. Энергия основного состояния имеет вид

$$E_0 = V_i \sum_{s < k \leq N_i} \rho(\xi_k), \quad (7)$$

где $\rho(\xi)$ — электронная плотность в точке ξ . Вдали от дырок плотность $\rho(\xi)$ слабо зависит от координат и приближенно равна $N/2S$. Но именно слабые флуктуации плотности определяют оптимальный выбор примесей, на которых локализованы дырки.

Однородное электрическое поле E вызывает дрейф электронов. Перейдем в систему координат, движущуюся со скоростью $v_D = c \frac{E \times H}{H^2}$. В этой системе электрическое поле равно нулю. Поэтому электроны, образующие лафлиновскую жидкость, в этой системе координат неподвижны, а квазидырки, связанные с примесями, движутся со скоростью $-v_D$. Квазидырки с зарядом $|e|/3$ дают вклад в ток j , равный

$$j_h = -v_D \frac{|e|}{3} s.$$

В лабораторной системе координат ток равен

$$j = ev_D N - v_D \frac{|e|}{3} s = ev_D \left(N + \frac{s}{3} \right). \quad (9)$$

Из определения $s = 2S - 3N$ ясно, что ток j не зависит от числа электронов и примесей и равен

$$j = -\frac{1}{3} \frac{e^2}{h} \frac{E \times H}{H}, \quad (10)$$

что эквивалентно условию квантования σ_{xy} , по крайней мере, в интервале магнитных полей $3N < 2S < 3N + N_i$ или в интервале концентраций $(1/3) - (N_i/2S) < \nu < (1/3)$. Аналогичным образом возникают ступеньки и вблизи $\nu = 1/m$, в частности, и при $m = 1$, что соответствует целочисленному квантованию эффекта Холла. Квантование сохраняется в некоторой области параметра (a/l_H) .

Выясним, какова связь нашего подхода с теоремой Нью–Таулеса – Аврона – Зайлера. Основное состояние с энергией (7), по-видимому, невырождено. Тем не менее, в большой системе ближайшие возбужденные состояния отделены от основного интервалом энергии, обратно пропорциональным размеру системы, образуя квазинепрерывный спектр. Однако, для того, чтобы получить ближайшие возбужденные состояния, нужно переставить квазидырки с большого числа примесей на другие. Это означает, что основное состояние далеко отстоит от первого возбужденного в функциональном пространстве. Мы полагаем, что это условие достаточно для топологического квантования холловской проводимости.

Литература

1. von Klitzing K., Dorda G., Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45, 494.
2. Laughlin R.B. Phys. Rev. B, 1981, 23, 5632.

3. *Aoki H., Ando T.* Solid State Comm., 1981, 38, 1079.
4. *Иорданский С.В.* Solid State Comm., 1982, 43, 1.
5. *Kazarinov R.F., Luryi S.* Phys. Rev., 1982, 25, 5632.
6. *Хмельницкий Д.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, 454.
7. *Levine H., Libby S.B., Pruisken A.M.M.* Phys. Rev. Lett., 1983, 51, 1915.
8. *Апенко С.М., Лозовик Ю.Е.* Препринт ФИАН, 1984.
9. *Tsui D.C., Störmer H.L., Gossard A.C.* Phys. Rev. Lett., 1982, 48, 1559.
10. *Laughlin R.B.* Phys. Rev. Lett., 1983, 50, 1395.
11. *Haldane F.D.M.* Phys. Rev. Lett., 1983, 51, 605.
12. *Halperin B.I.* Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 1583.
13. *Niu Q., Thouless D.I.* J. Phys., A, 1984, 17, 2453.
14. *Avron J.E., Seiler R.* Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 259.
15. *Покровский В.Л., Таланов А.Л.* В печати.
16. *Trugman S.A., Kivelson S.* Phys. Rev. B, 1985, 31, 5280.
17. *Баскин Э.М., Магарилл Л.И., Энтин М.В.* ЖЭТФ, 1978, 75, 723.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13 июня 1985 г.