

ИЗМЕНЕНИЕ ФАЗЫ ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ВОЛНЫ ПРИ ЕЕ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ КРИСТАЛЛ

П.М.Еремеев, Д.И.Пискунов

Показано, что фаза функции взаимной когерентности частично когерентной электронной волны, прошедшей через идеальный поглощающий кристалл, зависит от расстояния между точками выходной поверхности кристалла.

Для описания частично когерентных волновых полей обычно используется функция взаимной когерентности (ФВК), которая определяется как усредненная по времени корреляция волновой функции в двух точках x_1 и x_2 ¹:

$$\Gamma(x_1; x_2) = \langle \Psi(x_1; t) \Psi^*(x_2; t) \rangle \quad (1)$$

ФВК можно также записать в нормализованном виде:

$$\gamma(x_1; x_2) \equiv \gamma_{12} = |\gamma_{12}| e^{i\beta_{12}} = \frac{\Gamma(x_1; x_2)}{[I(x_1) I(x_2)]^{1/2}} \quad (2)$$

$0 \leq |\gamma_{12}| \leq 1$, причем при $x_1 \neq x_2$ мы имеем $|\gamma_{12}| = 0$ для полностью некогерентного поля и $|\gamma_{12}| = 1$ для полностью когерентного. $I(x) = \Gamma(x; x)$ — интенсивность поля в точке x .

β_{12} представляет собой фазовый сдвиг между точками x_1 и x_2 .

Изменение ФВК при прохождении электронной волны через кристалл можно описать интегральной формулой с использованием функций Грина ²:

$$\Gamma_h(x_1; x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(y_1; y_2) G_h(y_1 - x_1; z) G_h^*(y_2 - x_2; z) dy_1 dy_2, \quad (3)$$

где z — толщина кристалла; y_1, y_2 — точки на входной поверхности кристалла; x_1, x_2 — точки на выходной поверхности, $h = 0$ для прошедшего пучка и $h = g$ для дифрагированного.

Используя приближение Такаги в случае симметричного отражения, функции Грина для прошедшего и дифрагированного пучков можно записать в явном виде ³:

$$G_0(x; z) = \delta(z - x') - \frac{\pi}{2\xi_g} \sqrt{\frac{z+x'}{z-x'}} J_1 \left[\frac{\pi}{\xi_g} \sqrt{z^2 - (x')^2} \right] S(z - |x'|), \quad (4)$$

$$G_g(x; z) = \frac{\pi i}{2\xi_g} J_0 \left[\frac{\pi}{\xi_g} \sqrt{z^2 - (x')^2} \right] S(z - |x'|); \quad (5)$$

где $\delta(z)$ — дельта функция Дирака; $J_0(z), J_1(z)$ — функции Бесселя нулевого и первого порядков; $S(z)$ — ступенчатая функция: $S(z) = 0$ при $z < 0$, $S(z) = 1$ при $z \geq 0$, $x' = x \operatorname{ctg} \theta$, θ — угол Брегга, ξ_g — экстинкционная длина.

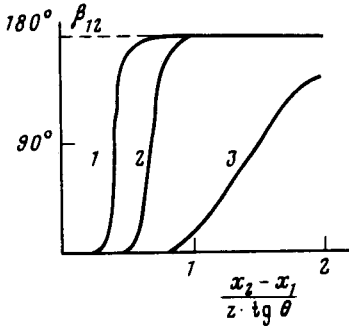


Рис. 1

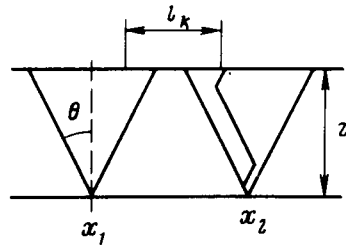


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость фазы ФВК от расстояния между точками выходной поверхности $\xi_g/\xi'_g = 0,03$, $z = 0,49\xi_g$: $1 - l_k = 0,0001\xi_g$, $2 - l_k = 0,0003\xi_g$, $3 - l_k = 0,001\xi_g$

Рис. 2. Образование сдвига фаз между точками выходной поверхности

В том случае, если источник электронов находится на расстоянии R от входной поверхности кристалла и является полностью некогерентным, то ФВК на входной поверхности представляет собой преобразование Фурье от функции интенсивности источника ¹. Считая функцию интенсивности источника гауссовой ⁴, мы имеем:

$$\gamma(y_1; y_2) = \exp \left[\frac{i \pi (y_1^2 - y_2^2)}{R \lambda} \right] \exp \left[- \frac{(y_1 - y_2)^2}{2 l_k^2} \right], \quad (6)$$

где $l_k = R\lambda / 2\pi a$ — размер области когерентного освещения на поверхности кристалла, a — поперечный размер источника, λ — длина волны электрона. Если источник находится достаточно далеко, т.е. $R\lambda \gg y_{1,2}^2$ и имеет конечные угловые размеры a/R , то на поверхности кристалла мы имеем частично когерентное освещение, причем $\beta_{12} \approx 0$ для точек $y_{1,2} \ll \ll \sqrt{R\lambda}$.

При расчетах ФВК для пучка, прошедшего через кристалл толщиной $z < 0,5\xi_g$, было показано, что при частично когерентном освещении на выходной поверхности кристалла наблюдается скачок фазы ФВК в зависимости от расстояния между точками выходной поверхности (рис. 1). Неупругое рассеяние учитывается заменой $\frac{1}{\xi_g} \rightarrow \frac{1}{\xi_g} + \frac{i}{\xi'_g}$ ⁵.

Фаза β_{12} ФВК образуется за счет корреляции случайных волновых функций в точках x_1 , x_2 . Вклад в волновые функции в точках x_1 , x_2 дают пучки, пришедшие из областей входной поверхности, ограниченных треугольниками Такаги (рис. 2).

В случае падающей волны с малой пространственной когерентностью, наибольший вклад в корреляцию волновых функций в точках x_1 , x_2 дают пучки, приходящие из области входной поверхности с размерами порядка l_k . При этом, если в точку x_1 пучок приходит из этой области как прошедший, то в точку x_2 он попадает как дважды дифрагированный, и поэтому приобретает сдвиг фазы на 180° . Таким образом, при достаточно малой области когерентного освещения $l_k \ll \text{tg } \theta \cdot z$ и расстоянии между точками выходной поверхности $2\text{tg } \theta \cdot z$ фаза ФВК имеет значение близкое к 180° . При $x_1 = x_2$ фаза ФВК равна нулю исходя из определения.

Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
2. Holy V. Phys. Stat. Sol. (b), 1980, 101, 575.
3. Пинскер З.Г. Рентгеновская кристаллооптика. М.: Наука, 1982.
4. Lenz F., Wohland G. Optic, 1984, 67, № 4.
5. Амелинкс С. Методы прямого наблюдения дислокаций. М.: Мир, 1968.