

## СКЕЙЛИНГОВАЯ ФУНКЦИЯ ВБЛИЗИ ПЕРЕХОДА В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ

В.Т.Долгополов

Институт физики твердого тела РАН  
142432 Черногловка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 26 октября 1998 г.

Анализ экспериментальных результатов приводит к следующему виду скейлинговой функции в окрестности точки перехода металл – диэлектрик в трехмерных системах:  $\beta(g) = 1 - 1/g$ . В двумерных электронных системах, демонстрирующих переход в диэлектрическое состояние, справедливо то же соотношение для функции  $\nu\beta$ , где  $\nu$  – критический индекс, характеризующий расходимость корреляционной длины.

PACS: 72.15.-v, 72.20.-i, 74.25.-q

В соответствии со скейлинговой гипотезой [1], логарифмическая производная безразмерного кондактанса  $g = G\hbar/e^2$  по размеру системы  $L$  при нулевой температуре является функцией только самого кондактанса:

$$\frac{d(\ln g)}{d(\ln L)} = \beta(g). \quad (1)$$

Асимптотическое поведение функции  $\beta(g)$  при  $g \gg 1$  и  $g \ll 1$  известно для системы любой размерности, при значениях  $g \sim 1$  используют интерполяционную процедуру (см., например, [2]). В результате удается сделать ряд предсказаний, проверяемых экспериментально: для трехмерных систем, в частности, предсказание о переходе металл – диэлектрик при  $g \sim 1$ .

Соотношение (1) непосредственно не может быть проверено экспериментально как по причине недостижимости нулевой температуры, так и за счет грандиозных флуктуаций кондактанса при тех размерах, когда  $g \sim 1$ . В реальной макроскопической системе измеряется проводимость  $\sigma(T)$ , связанная с искомой зависимостью  $g(L)$  соотношением

$$\sigma(T) \cong \frac{e^2}{\pi\hbar} g(L) L^{2-d} |_{L=L_T}, \quad (2)$$

где величина  $L_T$  определяет характерный размер области когерентного движения электронов [2].

Целью настоящей работы является восстановление вида скейлинговой функции  $\beta(g)$  в окрестности точки перехода в диэлектрическое состояние, основываясь на экспериментальных данных по температурной зависимости проводимости.

Температурная зависимость длины  $L_T$  в грязных трехмерных системах определяется процессами электрон-электронного взаимодействия [3]:

$$L_T = \left( \frac{C}{kT} \frac{\partial \mu}{\partial N} \right)^{1/3}, \quad (3)$$

где  $C$  – константа порядка единицы,  $(\partial\mu/\partial N)^{-1}$  – термодинамическая плотность состояний. В микроскопическом режиме – при малых  $L_T$  ( $L \gg L_T > l$ ) – проводимость как в металлической, так и в диэлектрической фазах пропорциональна  $L_T^{2-d}$ , поскольку кондактанс в этом пределе можно полагать постоянным. В рассматриваемом случае трехмерной грязной системы последнее означает, что в пределе высоких температур

$$\sigma(T) = \frac{\alpha}{L_T} = bT^{1/3}, \quad (4)$$

причем коэффициент  $\alpha$  является универсальным, а  $b$  может изменяться от образца к образцу.

В ряде экспериментальных работ в критической области действительно наблюдалась зависимость проводимости от температуры типа

$$\sigma = a + bT^{1/3}, \quad (5)$$

соответствующая предельному поведению (4). Такая зависимость проводимости от температуры обнаружена в компенсированном GaAs [4], сплавах CdSb [5, 6],  $\text{InO}_x$  [7, 8], некомпенсированном Ge, легированном мышьяком и сурьмой [9].

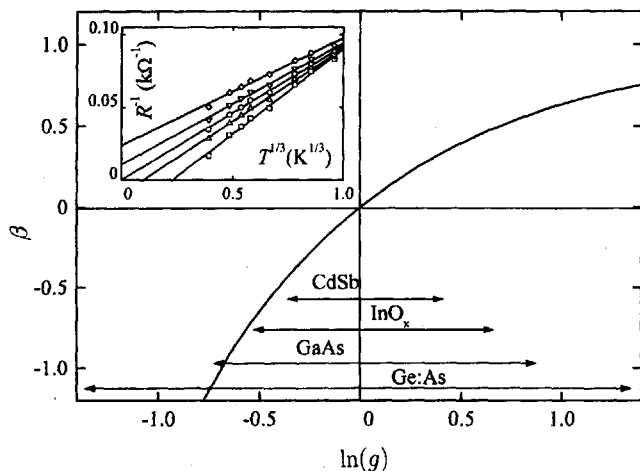


Рис.1. Скейлинговая функция, соответствующая уравнению (8). Стрелками указаны интервалы, в которых соответствующая скейлинговая зависимость наблюдалась на образцах разного типа. На вставке показаны исходные экспериментальные данные для одного из состояний аморфной пленки  $\text{InO}_x$  в магнитном поле 7,9,10,11 и 13 Тл

Сравнивая (1), (2), (4) и (5), мы приходим к выводу, что зависимости типа (5) могут быть использованы для построения скейлинговой функции по следующим правилам:

$$\beta = \frac{d[\ln(g)]}{d[\ln(L)]} = \frac{d[\ln(g(L_T))]}{d[\ln(L_T)]} = \frac{a}{\sigma(T)}, \quad (6)$$

$$\ln[g(L)] = \ln[g(L_T)] = \ln \left[ \frac{\sigma(T)}{\sigma(T) - a} \right]. \quad (7)$$

Соотношения (6) и (7) в параметрическом виде задают уравнение кривой:

$$\beta(g) = 1 - 1/g, \quad (8)$$

хорошо известной в асимптотическом случае  $g \rightarrow \infty$  [3]. Таким образом, экспериментальное обнаружение серий кривых (5) при условии выполнения соотношения

(4), эквивалентно обнаружению скейлинговой зависимости (8). Как следует из (6), смена знака у коэффициента  $a$  означает смену знака и у скейлинговой функции  $\beta$ , что оправдывает определение точки перехода металл - диэлектрик по знаку  $a$ , использованное в работах [4–8]. Наклон кривой  $\beta(\ln(g))$  в точке перехода, согласно (8), равен единице, что согласуется с теоретической оценкой, полученной экстраполяцией результатов модели размерности  $2 + \epsilon$  к случаю  $\epsilon = 1$  [10].

В качестве примера мы приводим исходные экспериментальные данные для аморфной пленки  $\text{InO}_x$  [8] (вставка к рис.1. Поскольку предлагаемая процедура обработки всегда приводит к зависимости (8), имеет смысл сравнить интервалы контактанса, в которых зависимости (5) наблюдаются на различных образцах. Результат такого сравнения приведен на рис.1.

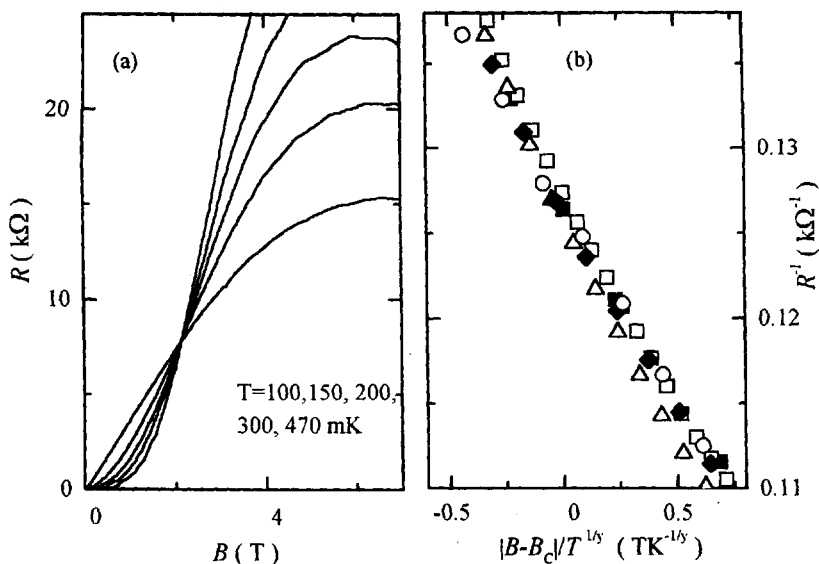


Рис.2. а) Исходные экспериментальные зависимости в окрестности точки перехода сверхпроводник - диэлектрик в аморфной пленке  $\text{InO}_x$ . б) Экспериментальные точки в окрестности перехода, скалированные в соответствии с (9)

В последнее время широко обсуждаются квантовые фазовые переходы в двумерных электронных системах [11–13]. К их числу относятся переходы сверхпроводник - диэлектрик, обнаруженные в аморфных пленках  $\text{InO}_x$  [14, 15, 8],  $\text{MoGe}$  [16],  $\text{MoSi}$  [17], а также переход металл - диэлектрик в двумерном электронном газе кремниевых полевых транзисторов (MOSFET) [18, 20] и переход в диэлектрическое состояние из состояния квантового эффекта Холла [13]. Все они характеризуются наличием корреляционной длины  $\xi$ , расходящейся в точке перехода: если, например, переход вызван магнитным полем, то  $\xi \propto (B - B_c)^{-\nu}$ . Отношение длины сбега фазы  $L_\phi \propto T^{-1/2}$  к корреляционной длине определяет величину проводимости в окрестности точки перехода. Считая для определенности, как и ранее, что переход происходит под влиянием магнитного поля, разложим в окрестности точки перехода

проводимость по надкритичности

$$\sigma = \frac{2e^2}{\pi\hbar} \left( 1 - \gamma \frac{B - B_c}{T^{1/z\nu}} \right) \quad (9)$$

Соотношение (9) хорошо выполняется на всех исследованных системах. В качестве иллюстрации на рис.2 приведены зависимости  $R(B)$  при различных температурах в аморфном  $\text{InO}_x$ . На том же рисунке продемонстрировано, что зависимости  $R^{-1}(B)$ , проскалированные по температуре в соответствии с (9), в окрестности точки перехода сверхпроводник – диэлектрик коллапсируют в единую прямую. Для достижения коллапса критический индекс  $z\nu$  выбран равным 1.15. Известно [11, 12], что  $z = 1$ , поэтому в этом случае следует положить  $\nu = 1.15$ .

Соотношение (9) для произвольного квантового фазового перехода может быть переписано в виде:

$$g = 1 - \delta L_\phi^{1/\nu}, \quad (10)$$

где  $\delta \propto \xi^{-1/\nu}$  при  $B > B_c$  и  $\delta \propto -\xi^{-1/\nu}$  при  $B < B_c$ . Разумеется, полученное разложением, уравнение (10) справедливо только вблизи точки перехода, где  $L_\phi \ll \xi$ . Последнее условие ограничивает область температур и магнитных полей, где уравнение (10) может быть проверено экспериментально.

Следуя предположению, что квантовый фазовый переход отвечает однопараметрическим скейлинговым соотношениям, заменим в (10) переменную  $L_\phi$  на размер системы  $L$  и вычислим  $\beta(g)$  [19]. В результате мы вновь получаем выражение типа (8):

$$\nu\beta(g) = 1 - 1/g. \quad (11)$$

Отличие от (8) состоит в множителе  $\nu$  перед скейлинговой функцией, что означает отсутствие универсального наклона скейлинговой функции в точке перехода. Если в случае перехода сверхпроводник – диэлектрик небольшое отличие  $\nu$  от единицы еще может быть отнесено к экспериментальной погрешности, то в кремниевых полевых транзисторах [20], где  $\nu = 1.5$ , наклон скейлинговой функции несомненно отличается от полученного для трехмерных систем единичного наклона.

Некоторую настороженность вызывает замена  $L_\phi$  на  $L$  в случае перехода сверхпроводник -диэлектрик. Роль  $L_\phi$  в этом случае сводится к обрезанию частоты квантовых флуктуаций при конечной температуре со стороны низких частот, ту же роль при нулевой температуре выполняет конечный размер образца. Конечное сопротивление, согласно [11], обеспечивается за счет диффузионного движения неконденсированных бозонов при конечной температуре в бесконечном образце или в образцах конечных размеров при нулевой температуре. Поэтому мы ожидаем, что среднее значение кондактанса образцов размера  $L$  при нулевой температуре совпадает с кондактансом макроскопического образца при конечной температуре, соответствующей  $L_\phi = L$ .

Формально, полученное разложением уравнение (11) определяет только наклон скейлинговой функции в точке перехода. Однако практически, как видно из рис.2, линейная зависимость кондактанса от надкритичности наблюдается в сравнительно широком интервале: для случая перехода сверхпроводник-диэлектрик в  $\text{InO}_x$  этот интервал всего в восемь раз меньше изображенного на рис.2.

Автор выражает глубокую благодарность В.Ф.Гантмахеру, М.В.Голубкову, Г.Э.Цыдынжапову и А.А.Шашкину за разрешение использовать для обработки и ил-

люстрации экспериментальные данные работы [8], а также за многочисленные полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (гранты # 98-02-16632 и # 97-02-16829) и Российского Министерства науки в рамках программы "Физика твердотельных наноструктур".

- 
1. E.Abrahams, P.W.Anderson, P.A.Lee, and T.V.Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).
  2. Y.Imry, *Introduction to Mesoscopic Physics*, Oxford University Press, New York, Oxford, 1997.
  3. B.L.Altshuler and A.G. Aronov, JETP Lett. **37**, 349 (1983).
  4. M.C.Mal Shepard, M.Pepper, R.Newbury, and G.Hill, Phys. Rev. Lett. **61**, 369 (1988).
  5. V.M.Тeplinskii, V.F.Gantmakher, and O.I.Barkalov, JETP **74**, 905 (1990).
  6. V.F.Gantmakher, V.N.Zverev, V.M.Тeplinskii, and O.I. Barkaliov, JETP **76**, 714 (1993).
  7. Y.Imry and Z.Ovadyahu, Phys. Rev. Lett. **49**, 841 (1982).
  8. V.F.Gantmakher, M.V.Golubkov, V.T.DolgopoloV et al., Phys. Rev. B in print.
  9. I.Shlimak, M.Kaveh, R.Ussyshkin et al., J. Phys.; Condens. Matter. **9**, 9873 (1997).
  10. P.Lee and T.V.Ramakrishnan, Reviews of Modern Physics **57**, 287 (1985).
  11. M.P.A.Fisher, Phys. Rev. Lett. **65**, 923 (1990).
  12. M.P.A.Fisher, G.Grinshtein, and S.M.Girvin, Phys. Rev. Lett. **64**, 587 (1990).
  13. S.L.Sondhi, S.M.Girvin, J.P.Carini, and D.Shahar, Rev. Mod. Phys. **69**, 315 (1997).
  14. A.F.Hebard and M.A.Paalanen, Phys. Rev. Lett. **65**, 927 (1990).
  15. M.A.Paalanen, A.F.Hebard, and R.R.Ruel, Phys. Rev. Lett. **69**, 1604 (1992).
  16. A.Yazdani and A.Kapitulnik, Phys. Rev. Lett. **74**, 3037 (1995).
  17. S.Okuma, T.Terashima, and N.Kokubo, Solid State Commun. **106**, 529 (1998).
  18. S.V.Kravchenko, W.E.Mason, G.E.Bowker et al., Phys. Rev. **B51**, 7038 (1995).
  19. Скейлинговая функция для описания квантового фазового перехода использовалась ранее в работе Nam-Jung Kim, Dragana Popovic, S. Washburn, cond.-mat./9809357.
  20. S.V.Kravchenko, D.Simonian, M.P.Sarachik et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 4938 (1996).