

КВАНТОВОЕ ОРИЕНТАЦИОННОЕ ПЛАВЛЕНИЕ И ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА МЕЗОСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

А.И.Белоусов, Ю.Е.Лозовик

Институт спектроскопии РАН, 142092 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 30 октября 1998 г.

Исследуется "фазовая диаграмма" двумерной мезоскопической системы бозонов, реализацией которой может являться, например, система не прямых магнитоэкситонов в двойных квантовых полупроводниковых точках. Квантовые расчеты Монте-Карло показывают существование явления квантового ориентационного плавления: при нулевой (достаточно низкой) температуре, по мере увеличения силы квантовых флуктуаций частиц, имеют место два квантовых явления разупорядочения с ростом квантового параметра де Буря q : сначала, при $q \approx 10^{-3}$, система переходит в радиально упорядоченное, но ориентационно разупорядоченное состояние, когда различные оболочки кластера проворачиваются друг относительно друга; затем, при $q \approx 0.16$, имеет место переход в сверхтекучее состояние.

PACS: 36.40.Ei, 61.46.+w, 68.65.+g

Развитие методов микролитографии привело к значительным успехам в исследовании мезоскопических систем [1], развитию одноэлектроники [2] и появлению новых фундаментальных концепций в теории сверхпроводящих фазовых переходов в квантовых точках [3]. Мезоскопические системы малого числа частиц (кластеры) привлекают к себе внимание существованием ряда интересных явлений: сильной зависимостью свойств таких систем от числа частиц и необычными структурными перестройками с повышением температуры.

1. Одно из наиболее интересных явлений, имеющих место в малых классических кластерах, – явление их ориентационного разупорядочения ("ориентационного плавления"). В работах [4–7] было показано, что, независимо от конкретного вида удерживающего потенциала и межчастичного взаимодействия, в классических кластерах достаточно малого числа частиц $N < 40$ при температурах, на несколько порядков меньших температуры полного разупорядочения (разрушения оболочечной структуры и начала обмена частиц между оболочками), может иметь место взаимное ориентационное разупорядочение различных областей системы. При этом различные пары оболочек кластера "проворачиваются" как целое друг относительно друга, теряя взаимный ориентационный порядок.

Существует ли аналогичное классическому квантовое ориентационное плавление в мезоскопических квантовых системах? Очевидно, что увеличение роли квантовых эффектов приведет к понижению температуры T_{s_1, s_2} ориентационного плавления оболочек $\{s_1, s_2\}$, и, казалось бы, при некоторой критической величине квантовых флуктуаций должно наступить их "нулевое" ориентационное плавление. В настоящей статье мы подробно рассмотрим этот вопрос, а также исследуем области существования различных состояний малого кластера бозонов.

2. В качестве безразмерных управляющих параметров, определяющих состояние системы N бозонов массы m^* с дипольными моментами d , находящихся в гармоническом удерживающем потенциале силы α , удобно выбрать квантовый параметр де Буря $q = \hbar / (m^*)^{1/2} d^{4/5} \alpha^{1/10}$ и безразмерную температуру $T = k_b T / d^{4/5} \alpha^{3/5}$. За

единицу длины взята величина $r_0 = (d^2/\alpha)^{1/5}$. Для расчетов свойств системы использовался квантовый метод Монте-Карло интегрирования по траекториям (см., например, обзор [8]). В этом методе свойства исходной двумерной квантовой системы $\{\hat{r}_i\}, i = \overline{1..N}$, оцениваются по фиктивной трехмерной $\{r_i^p\}, p = \overline{0..P-1}$, полученной дискретизацией функциональных интегралов. Требуемая точность такой замены, контролируемая безразмерным параметром $\tau = q/PT$, достигалась подбором числа слоев P трехмерной системы таким образом, чтобы как можно лучше удовлетворить условию $\tau = 0.3$. Учет статистики частиц осуществлялся при помощи многоуровневого блочного метода, подробное описание которого можно найти, например, в работе [8].

Вывод о состоянии кластера в каждой исследуемой точке $\{q; T\}$ плоскости управляющих параметров делался на основе расчета ряда величин: радиальных среднеквадратичных смещений u_r^2 (см. [5]), дисперсии траекторий в мнимом времени, то есть степени их "размазанности" по углу φ и по радиусу r :

$$l_\varphi = \frac{1}{NP} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{p=0}^{P-1} \left(\varphi_i^p - \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \varphi_i^p \right)^2 \right\rangle, \quad l_r = \frac{1}{NP} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{p=0}^{P-1} \left(r_i^p - \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} r_i^p \right)^2 \right\rangle. \quad (1)$$

При исследовании явления ориентационного разупорядочения кластера основное внимание было уделено анализу взаимного ориентационного параметра порядка [7]

$$g_{s_1 s_2} = \langle \psi_{s_1} \psi_{s_2}^* \rangle, \quad \psi_s = \frac{1}{N_s} \sum_{i_s}^{N_s} \exp(jN_s \varphi_{i_s}), \quad (2)$$

где ψ_s можно считать "Ориентационным параметром порядка" оболочки s , состоящей из N_s частиц. Сумма в (2) берется по всем номерам частиц, принадлежащим данной оболочке s . В области значительных квантовых флуктуаций $q > 0.1$ проводилось измерение доли сверхтекучей компоненты ν_s через отклик системы на ее бесконечно медленное вращение [8, 9].

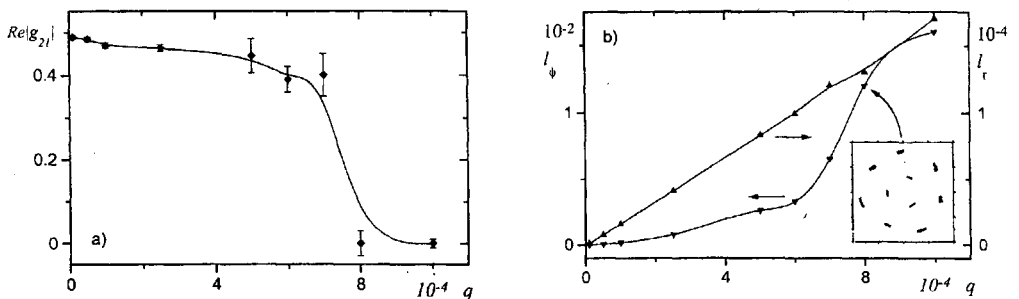


Рис.1. Квантовое ориентационное плавление кластера при $T = 3 \cdot 10^{-6}$. а) Взаимный ориентационный параметр g_{21} как функция квантового параметра q ; б) Мера квантовых флуктуаций частиц (1). Область резких изменений угловых флуктуаций совпадает с областью исчезновения взаимного ориентационного порядка оболочек, $q_{21} \approx 8 \cdot 10^{-4}$. На вставке показана мгновенная проекция траекторий кластера на плоскость XY в точке $\{q, T\} = \{8 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-6}\}$

3. Основная конфигурация классической системы 10 диполей (при $q = 0$ и $T \ll 1$) в удерживающем гармоническом потенциале имеет две четко выраженные оболочки (внутренняя из которых содержит 3 частицы) и может быть записана в виде

$D_{10}(3, 7)$. Повышение температуры приводит сначала к потере взаимного ориентационного порядка оболочек. Это имеет место при весьма низкой температуре $T_{21} \approx 5.5 \cdot 10^{-6}$ [7]. Полное разупорядочение кластера с обменом частиц между оболочками имеет место при гораздо более высокой температуре $T_f \approx 0.01$. Интервал температур $T_{21} < T < T_f$ можно рассматривать как область, в которой оболочки кластера, сохраняя свой внутренний порядок, проворачиваются друг относительно друга, теряя взаимный ориентационный порядок. При этом в 2·10-мерном конфигурационном пространстве система движется в узкой области – овраге на поверхности потенциальной энергии, различным точкам которой соответствуют различные величины параметра порядка g_{21} .

Рассмотрим, как меняется состояние системы при $T = \text{const}$ и увеличении силы квантовых флуктуаций. На рис.1а приведено поведение взаимного ориентационного параметра порядка g_{21} при движении системы вдоль линии $T = 3 \cdot 10^{-6}$. Резкое изменение величины g_{21} в точке $q_{21} \approx 8 \cdot 10^{-4}$ свидетельствует о вызванном квантовыми флуктуациями переходе из ориентационно упорядоченного состояния (OO , при $q < q_{21}$) в ориентационно разупорядоченное, но радиально упорядоченное состояние (RO , при $q > q_{21}$). Дальнейшую информацию о природе и характере рассматриваемого квантового перехода дает рис.1б, на котором представлены зависимости угловой и радиальной дисперсий траекторий частиц во мнимом времени l_φ и l_r (см. уравнения (1)) от величины квантового параметра q . На вставке рисунка приведена "мгновенная" проекция траекторий $\mathbf{r}_i^0 \rightarrow \mathbf{r}_i^1 \rightarrow \dots$ трехмерной классической системы на плоскость XU . Рисунок показывает, что квантовые флуктуации резко анизотропны и преимущественным образом сосредоточены вдоль концентрических окружностей с центром в минимуме удерживающего потенциала ловушки. Увеличение квантового параметра приводит к резкому росту угловых флуктуаций частиц в точке q_{21} исчезновения взаимного ориентационного порядка, тогда как радиальные флуктуации частиц не имеют каких-либо особенностей как функция q . Таким образом, результаты расчетов вполне соответствуют представлениям о точке квантового плавления как о точке, в которой характерные масштабы квантовых движений частиц сравниваются со средним межчастичным расстоянием (в нашем случае – средним углом между ближайшими частицами из рассматриваемой пары оболочек). Особенностью квантового ориентационного "плавления" мезоскопических систем является то, что при достаточно малых температурах основное направление движений частиц соответствующей классической системы определяется узким и высоким "оврагом", образуемым многомерной поверхностью потенциальной энергии. Наличие такого оврага приводит к анизотропии квантовых флуктуаций и значительной "выделенности" роли угловых квантовых движений.

Дальнейшее увеличение силы квантовых флуктуаций должно привести к разрушению радиального порядка кластера. На рис.2а показаны результаты расчета среднеквадратичных радиальных флуктуаций частиц в кластере как функция квантового параметра при $T = 5 \cdot 10^{-3}$ и $q > 0.05$. Как следует из проведенного выше анализа, в рассматриваемой области управляющих параметров система находится в ориентационно разупорядоченном состоянии. Следовательно, резкий рост величины среднеквадратичных радиальных флуктуаций свидетельствует о "плавлении" радиально упорядоченного кластера. Сравнение результатов измерений радиальных флуктуаций u_r^2 (см. рис.2а) и доли сверхтекучей компоненты ν_s кластера (см. рис.2б) показывает, что в точке $q_f \approx 0.16$ имеет место переход "радиально упорядоченное (RO) – сверхтекучее (SF) состояние". Так как температура полного разупорядоче-

ния соответствующей классической системы есть $T_f \approx 0.01$, что в два раза выше температуры, к которой относятся результаты рис.2, точку q_f можно принять в качестве неплохой оценки для точки соответствующего квантового перехода (при $T = 0$).

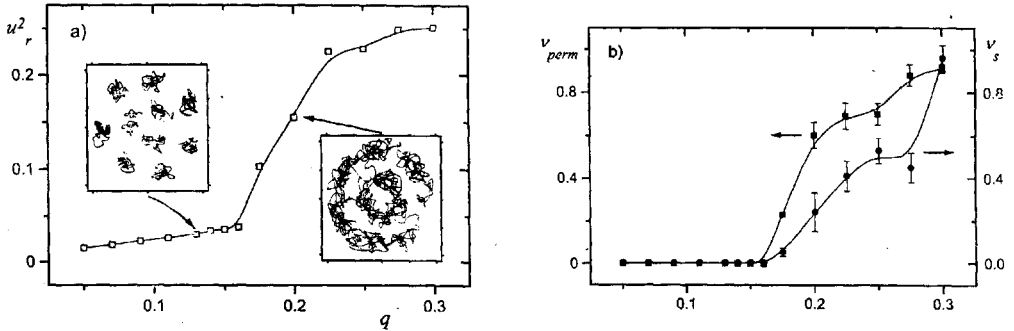


Рис.2. $T = 5 \cdot 10^{-3}$. а) Среднеквадратичные радиальные флуктуации частиц u_r^2 как функция квантового параметра q . Вставки показывают характерные картины траекторий (сплайн-интерполяции их проекций на плоскость XY) до ($q = 0.13$) и после ($q = 0.2$) перехода "радиально упорядоченное - сверхтекучее состояние". б) Доля частиц, участвующих в перестановках ν_{perm} и доля сверхтекучей компоненты ν_s как функции квантового параметра q

В качестве иллюстрации на вставке рис.2а приведены характерные картины траекторий частиц во мнимом времени. При $q > q_f$ хорошо заметны циклические перестановки частиц. Отметим, что доля частиц ν_{perm} , участвующих в нетождественных перестановках (см. рис.2б), резко возрастает в точке q_f разупорядочения и появления сверхтекучести в системе. Этот факт, с учетом того, что статистические ошибки при измерении ν_{perm} гораздо меньше погрешностей измерения доли сверхтекучей компоненты ν_s , делает удобным использование этой величины при исследовании переходов из упорядоченного в сверхтекучее состояние [10].

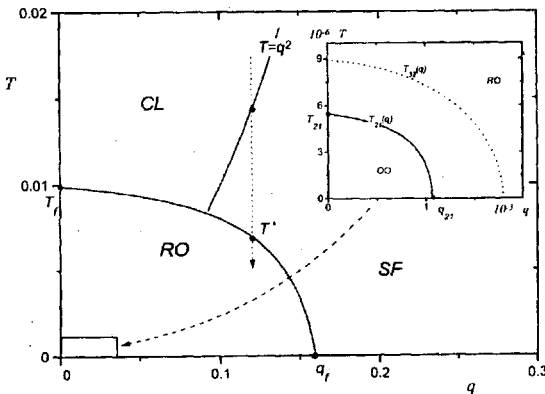


Рис.3. Результирующая "фазовая диаграмма" дипольного кластера десяти бозонов в гармоническом удерживающем потенциале (обозначения см. в тексте). В увеличенном масштабе показана область перехода из ориентационно упорядоченного состояния (OO) в ориентационно разупорядоченное RO. Для трехоболочечных кластеров будут существовать линии $T_{s_1, s_2}(q)$ ориентационного разупорядочения различных пар $\{s_1, s_2\}$ оболочек, что показано качественно пунктирной линией

4. Объединяя представленные выше результаты, можно нарисовать "фазовую диаграмму" малых кластеров ($N < 40$) на плоскости $\{q; T\}$, см. рис.3. Расчеты показали существование нескольких резко отличающихся друг от друга состояний системы: 1) области упорядоченного состояния (OO) системы с четко выраженной

оболочечной структурой и наличием взаимного ориентационного порядка между оболочками; 2) области ориентационно разупорядоченного, но радиально упорядоченного (RO) состояния, в которой отсутствует взаимный ориентационный порядок оболочек кластера; 3) области "классической жидкости" (CL); 4) области сверхтекучего (SF) состояния системы.

Разумеется, для системы столь малого числа частиц невозможно говорить о существовании каких-либо четких границ между упомянутыми выше состояниями системы. Однако, как видно из рис.1 и 2, анализ свойств системы даже столь малого числа частиц позволяет четко выявить наличие таких областей и качественно показать их взаимное расположение на плоскости $\{q; T\}$, а именно: 1) при малой роли квантовых эффектов соотношение между температурой системы и характерной величиной потенциальных барьеров относительного проворота различных пар оболочек определяет область перехода из ориентационно упорядоченного состояния в состояние с отсутствием ориентационного порядка у этих пар оболочек. При этом для малого кластера, состоящего из нескольких оболочек, будет иметь место ряд явлений "ориентационного плавления", каждое из которых соответствует относительному ориентационному разупорядочению различных пар оболочек. Эта особенность малых кластеров качественно показана на рис.3; 2) дальнейшее повышение температуры (в области малых квантовых флуктуаций частиц) приводит к полному разупорядочению системы и ее переходу в состояние "классической жидкости"; 3) при $T > T_f$, с увеличением силы квантовых флуктуаций, когда длина волны де Бройля становится сравнимой с характерным межчастичным расстоянием в "жидкости", происходит переход в сверхтекучее состояние. В использованных нами безразмерных переменных этот переход имеет место вдоль линии $T(q) = q^2$; 4) точкой q_f квантового (при $T = 0$) плавления кластера – его переходу из радиально упорядоченного в сверхтекучее состояние – управляет соотношение энергии квантовых флуктуаций и характерной энергии взаимодействия частиц в кластере; 5) сравнение энергии квантовых флуктуаций частиц с характерной высотой потенциального барьера при взаимном провороте пары оболочек $\{s_1; s_2\}$ кластера позволяет оценить положение точки $q_{s_1 s_2}$ квантового ориентационного разупорядочения.

Рассматривая результирующую "фазовую диаграмму", отметим еще одну ее интересную особенность: простейшая оценка q_f^{est} точки квантового плавления системы как $q_f^{est} = \sqrt{T_f}$ в нашем случае дала бы значительно заниженный результат: $q_f^{est} \approx 0.1$ вместо полученного в результате расчета $q_f \approx 0.16$. Возможно, это отличие есть следствие малости числа частиц в системе и будет уменьшаться с его ростом. Применительно к системам небольшого числа частиц подобное поведение приводит к интересной особенности, которая может легко наблюдаться экспериментально: уменьшение температуры может привести сначала, при пересечении линии $T(q) = q^2$, к установлению сверхтекучего состояния, а затем, при некоторой конечной температуре T^* (см. рис.3), к его (возвратному) исчезновению и появлению хорошо выделенных оболочек кластера.

5. Интересным объектом для наблюдения описанных выше явлений может служить система вертикально связанных полупроводниковых квантовых точек в магнитном поле [1, 11, 12]. Роль взаимодействующих частиц в таких системах будут играть не прямые экситоны, образующиеся под действием лазерной накачки. В определенном интервале плотностей n возбужденных носителей (при $n < a_0^{-2}$, $a_0 = \hbar^2 \kappa / 4m^* e^2$ – эффективный "боровский" радиус экситона в среде с диэлек-

трической проницаемостью κ) обменные эффекты подавлены дипольным взаимодействием и экситоны могут рассматриваться как бозоны массы m^* с вертикально направленными дипольными моментами $d = eD$, где D – расстояние между полупроводниковыми точками [12]. Сила квантовых флуктуаций экситонов (величина параметра q) может варьироваться в широких пределах, например, изменением напряженности приложенного магнитного поля, от которого зависит магнитная масса экситона ($m^* = m(H) \sim \sqrt{H}$ в сильных полях при $D \sim a_0$).

Зная величины квантовых параметров q_{21} и q_f ориентационного разупорядочения и квантового плавления кластера D_{10} , оценим необходимые условия наблюдения предсказанных выше явлений в эксперименте с непрямыми магнитоэкситонами в системе вертикально связанных квантовых точек. При типичных параметрах проводящихся в настоящее время экспериментов [11] для плотности n_f экситонов, при которой происходит квантовое "плавление" и переход в сверхтекучее состояние, получим $n_f \approx 10^{10} \text{ см}^{-2}$, $T < 10^{-2} \text{ К}$. Для исследования явления ориентационного разупорядочения следует рассматривать систему большего числа частиц, когда температура ориентационного плавления $T_{s_1 s_2}$ некоторой пары оболочек $\{s_1; s_2\}$ сравнима с температурой полного разупорядочения T_f (и, как следствие, близки характерные плотности экситонов $n_{s_1 s_2}$ и n_f , при которых имеют место ориентационное и полное квантовые плавления). Оценки показывают [7], что квантовое ориентационное плавление кластера $N = 35$ экситонов (основная конфигурация этого четырехоболочечного кластера может быть записана как $D_{35}(1, 6, 12, 16)$) можно наблюдать при плотностях $n \sim n_{43} \approx 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $T < 10^{-2} \text{ К}$.

Работа была поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований и программой "Физика твердотельных наноструктур".

-
1. Материалы конференции *Мезоскопические и сильнокоррелированные электронные системы Черноголовка - 97* УФН **168**, N2 (1998).
 2. R.C.Ashoori et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 3088 (1992); **71**, 613 (1993).
 3. А.И.Андреев, УФН **168**, 655 (1998).
 4. Ю.Е.Лозовик, УФН **153**, 356 (1987); Yu.E.Loikov and V.A.Mandelstam, Phys. Lett. **A145**, 269 (1990); **165**, 469 (1992).
 5. V.M.Bedanov and F.M.Peeters, Phys. Rev. **B49**, 2662 (1994); V.Shweigert and F.M.Peeters, Phys. Rev. **B51**, 7700 (1995); I.V.Shweigert, V.A.Shweigert, and F.M.Peeters, Phys. Rev. **B54**, 10827 (1996).
 6. Yu.E.Loikov and E.A.Rakoch, Phys. Lett. **A235**, 55 (1997); Yu.E.Loikov and E.A.Rakoch, Phys. Rev. **B57**, 1214 (1998).
 7. A.I.Belousov and Yu.E.Loikov, cond-mat/9803300.
 8. D.Ceperley, Rev. Mod. Phys. **49**, 1110 (1997).
 9. Yu.E.Loikov, S.A.Verzakov, and M.Willander, to be published in Phys. Rev. B.
 10. P.Nordborg and J.Blatter, Phys. Rev. Lett. **79**, 1925 (1997).
 11. A.Zrenner et. al., Phys. Rev. Lett. **72**, 3383 (1994); L.V.Butov et. al., Phys. Rev. **B52**, 12153 (1995); V.F.Timofeev et al., to be published in Phys. Rev. B..
 12. Ю.Е.Лозовик, О.Л.Берман, В.Г.Цветус, Письма в ЖЭТФ **66**, 556 (1997).