

МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ НЕКОМПАКТНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

А.Ф.Захаров, М.В.Сажин*

*Институт теоретической и экспериментальной физики
117259 Москва, Россия***Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга
117234 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 мая 1996 г.

После переработки 30 мая 1996 г.

Рассмотрено микролинзирование звезд фона звездами из нейтралино, которые были предложены в недавней работе Гуревича и Зыбина в качестве компонента, вносящего основной вклад в скрытую массу. В настоящей работе в достаточно простом приближении детально проанализирована оптика такой гравитационной микролинзы, а именно уравнение линзы, его решения, усиление изображений, критические и каустические кривые. Рассмотрено множество различных значений параметров задачи.

PACS: 95.30.-k, 98.62.-g

1. Введение. Первые результаты наблюдений микролинзирования, представленные в публикациях трех групп [1-3], открыли новое явление, предсказанное ранее в работах [4,5]. Необходимо отметить, что микролинзирование неоднократно обсуждалось ранее в работах различных авторов [6-9]. Природа гравитационных микролинз до сих пор неизвестна, хотя наиболее распространенная гипотеза предполагает, что они являются компактными несветящимися телами типа коричневых карликов. Тем не менее, тела другой природы не исключены, в частности, недавно в статьях [10, 11] обсуждалось существование темных тел, состоящих из суперсимметричных слабо взаимодействующих частиц (нейтралино). Авторы показали, что такие звезды могут образовываться на ранних стадиях эволюции Вселенной и оставаться стабильными в течение космологического времени.

В настоящей работе рассматривается микролинзирование звезды фона гравитационной линзой, которая суть звезда из нейтралино, в достаточно грубой модели, которая, тем не менее, является простой и позволяющей получить конечные результаты в аналитической форме. Безусловно, можно рассмотреть более точную модель влияния гравитационного поля звезды из нейтралино [11], тем не менее, будем надеяться, что нами правильно представлена качественная оценка рассматриваемого эффекта. В модели, представленной ниже, используется приближение геометрической оптики и эффекты, связанные с дифракцией или взаимной интерференцией изображений и проанализированные в работах [12-18], не учитываются.

2. Основные предположения и соотношения. Аппроксимируем плотность распределения массы звезды из нейтралино в виде

$$\rho_{NeS}(r) = \rho_0 \frac{a_0^2}{r^2}, \quad (1)$$

где r - текущее значение расстояния от центра звезды, ρ_0 - объемная плотность звезды из нейтралино на расстоянии a_0 от центра, a_0 - "радиус"

звезды из нейтрально. Рассмотренная нами зависимость плотности является приближением зависимости работы Гуревича и Зыбина [10]:

$$\rho_{NeS}(r) = Kr^{-1.8}.$$

Итак, нетрудно вычислить поверхностную плотность массы, исходя из соотношения (1):

$$\Sigma(\vec{\xi}) = 2\rho_0 \int_0^{\sqrt{a_0^2 - \xi^2}} \frac{a_0^2}{\xi^2 + h^2} dh = 2\rho_0 \frac{a_0^2}{\xi} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a_0^2 - \xi^2}}{\xi}. \quad (2)$$

В случае, если $a_0 \gg \xi$, $\Sigma(\vec{\xi}) \rightarrow \pi\rho_0 \frac{a_0^2}{\xi}$. В этом случае уравнение линзы имеет следующий вид:

$$\vec{\eta} = \frac{D_s}{D_d} \vec{\xi} - D_{ds} \vec{\alpha}_{NeS}(\vec{\xi}), \quad (3)$$

где D_s – расстояние от источника до наблюдателя, D_d – расстояние от гравитационной линзы (Галактики) до наблюдателя, D_{ds} – расстояние от источника до гравитационной линзы, векторы $(\vec{\eta}, \vec{\xi})$ характеризуют отклонение в плоскости источника и линзы, соответственно,

$$\vec{\alpha}_{NeS}(\vec{\xi}) = \int_{R^2} d^2\xi' \frac{4G\Sigma(\vec{\xi}')}{c^2} \frac{\vec{\xi} - \vec{\xi}'}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2}. \quad (4)$$

Можно заметить, что зависимость плотности от расстояния, приведенная в соотношении (1), имеет два существенных недостатка: 1) имеется особенность при $r = 0$ зависимости (1) (бесконечную плотность в нуле звезды из нейтрально, по-видимому, следует признать не слишком удачным пунктом модели). Тем не менее, можно увидеть, что при этом масса не обращается в бесконечность; 2) вторым недостатком зависимости (1) является бесконечная масса звезды из нейтрально в случае, если рассматриваются выражения для плотности (1) вплоть до бесконечно больших значений a_0 . Однако при рассмотрении эффекта гравитационной линзы масса, сосредоточенная при $\xi' > \xi$, не влияет на данный эффект.

Для обезразмеривания уравнения линзы (3) воспользуемся характерной величиной радиуса – a_0 , соответствующей "массе" микролинзы M , то есть

$$M = 4\pi\rho_0 a_0^3. \quad (5)$$

Введем безразмерные переменные

$$\vec{x} = \frac{\vec{\xi}}{a_0}, \vec{y} = \frac{\vec{\eta}}{\eta_0},$$

где

$$\eta_0 = a_0 \frac{D_s}{D_d}, \Sigma_{cr} = \frac{c^2 D_s}{4\pi G D_d D_{ds}}; \quad \vec{\alpha}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\pi} \int_{R^2} d^2x' k(\mathbf{x}') \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2},$$

где

$$k(\mathbf{x}) = \frac{\Sigma(a_0 \mathbf{x})}{\Sigma_{cr}}.$$

Поскольку предполагается, что поверхностная плотность является аксиально симметричной функцией, то уравнение гравитационной линзы может быть записано в скалярном виде [19]:

$$y = x - \hat{\alpha}(x) = x - \frac{m(x)}{x}, \quad (6)$$

где

$$m(x) = 2 \int_0^x x' dx' k(x').$$

Напомним, что функция $k(x)$ имеет следующий вид:

$$k(x) = \frac{k_0}{x}, \quad (7)$$

где

$$k_0 = \frac{M}{a_0^2} \frac{4\pi G D}{c^2}, \quad (8)$$

$$D = \frac{D_a D_{d_s}}{D_s}. \quad (9)$$

Если отнормировать расстояния в плоскости линзы и источника на величину $R_0 = 2k_0$, то есть если ввести переменные $\hat{y} = y/R_0$, $\hat{x} = x/R_0$, то уравнение линзы имеет довольно простой вид

$$\hat{y} = \hat{x} - \frac{\hat{x}}{|\hat{x}|}. \quad (10)$$

Всюду ниже шляпку над буквой опускаем. Нетрудно видеть, что уравнение линзы в безразмерной форме совпадает с таковым для модели распределения галактической массы, соответствующей изотермической сфере [19].

Приведем некоторые результаты относительно уравнения линзы (10). Рассмотрим сначала решения уравнения линзы. Без ограничения общности можно считать, что $y > 0$. Если при этом $y < 1$, то уравнение линзы имеет два решения: $x_+ = y + 1$, $x_- = y - 1$. В случае, если $y > 1$, то имеется только один корень: $x = y + 1$. Напомним определение коэффициента усиления гравитационной линзы [19]. Коэффициентом усиления гравитационной линзы называется величина, обратная якобиану преобразования, определяемого уравнением гравитационной линзы, а именно: если

$$A(x) = \frac{\partial y}{\partial x}, \quad (11)$$

то коэффициент усиления определяется соотношением

$$\mu(x) = \frac{1}{\det A(x)}. \quad (12)$$

В случае симметричного распределения массы для коэффициента усиления справедливо следующее соотношение

$$\mu = \frac{|x|}{(|x| - 1)}. \quad (13)$$

Ясно, что в этом случае критическая кривая имеет уравнение $|x| = 1$ (то есть единичная окружность). Критические кривые, являющиеся окружностями, называются тангенциальными [19]. Каустическая кривая в данном случае вырождается в точку $y = 1$. Нетрудно увидеть, каким образом источники искажаются гравитационной линзой. Ясно, что в радиальном направлении изображения не искажаются, а в тангенциальном происходит растяжение в соответствии с соотношением (13). Напомним, что для линзы Шварцшильда при $y \ll 1$ происходит сжатие изображения в 2 раза в радиальном направлении и аналогичное некомпактному телу растяжение ($\approx 1/y$) в тангенциальном напри-

влении [19, 20]. В этом нетрудно убедиться, исходя из простых геометрических соображений. Если рассмотреть случай $y > 1$, то

$$\mu_P(y) = \mu(x_+) = \frac{y+1}{y} = 1 + \frac{1}{y}. \quad (14)$$

Если $0 < y < 1$, то, поскольку $\mu(x_-) < 0$, общий коэффициент усиления с учетом коэффициентов усиления двух изображений определяется следующим соотношением:

$$\mu_P(y) = \mu(x_+) + |\mu(x_-)| = \frac{2}{y}. \quad (15)$$

В случае, если гравитационной микролинзой является точечное гравитирующее тело (линза Шварцшильда), то коэффициент усиления определяется следующим соотношением [15,16]

$$\mu_P(y) = \frac{y^2 + 2}{y\sqrt{y^2 + 4}}. \quad (16)$$

Таким образом, отличие коэффициентов усиления линзы Шварцшильда и звезды из нейтрально является существенным фактором, отличающим эти два объекта.

Рассмотрим две асимптотики, чтобы наглядно показать различие между коэффициентами усиления в случае компактной и некомпактной гравитационных микролинз. Действительно, напомним асимптотические выражения для коэффициентов усиления, производимых компактным телом:

$$\mu(y) = \frac{1}{y}, \quad y \ll 1, \quad (17)$$

$$\mu(y) = 1 + \frac{2}{y^2}, \quad y \gg 1. \quad (18)$$

Тем самым становится очевидным отличие коэффициентов усиления компактной и некомпактной гравитационных микролинз при данных рассмотренных асимптотиках.

3. Значения коэффициента усиления для различных значений параметров.

Рассмотрим значения коэффициента усиления для различных значений параметра R_0 . Напомним, что уравнение гравитационной линзы справедливо лишь для малых значений параметров y, x . Возьмем случай, когда прицельный параметр соответствует прохождению луча не только внутри некомпактного тела, но и вне его. Уравнение гравитационной линзы при этом имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} y &= x - \frac{x}{|x|} && \text{при } |x| \leq \frac{1}{R_0}, \\ y &= x - \frac{1}{R_0} \frac{x}{|x|^2} && \text{при } |x| > \frac{1}{R_0}. \end{aligned} \quad (19)$$

Рассмотрим три различных множества для значений параметра R_0 .

$$\begin{array}{lll} \text{Случай I:} & \text{Случай II:} & \text{Случай III:} \\ \frac{1}{R_0} \geq 2. & 1 < \frac{1}{R_0} < 2. & 0 < \frac{1}{R_0} < 1. \end{array}$$

На рис. 1–3 изображены кривые блеска для некомпактного тела и линзы Шварцшильда для случаев I–III. Нетрудно заметить, что кривая блеска для некомпактного тела имеет разрыв в случае, если изображение x_+ , соответствующее прицельному параметру, проходящему вне тела, совпадает с

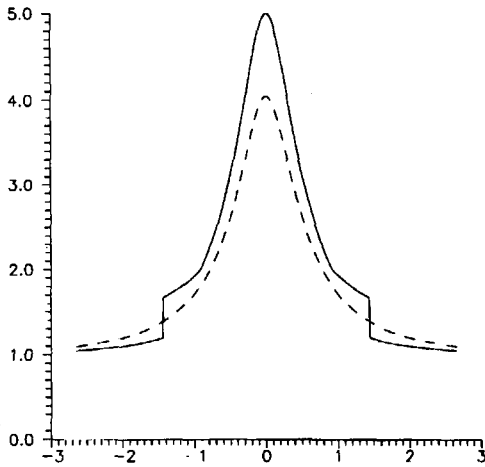


Рис. 1. Кривая блеска для некомпактного тела (сплошная кривая) и для линзы Шварцшильда (штриховая линия), соответствующая значению параметра $R_0 = 0.4$ (случай I)

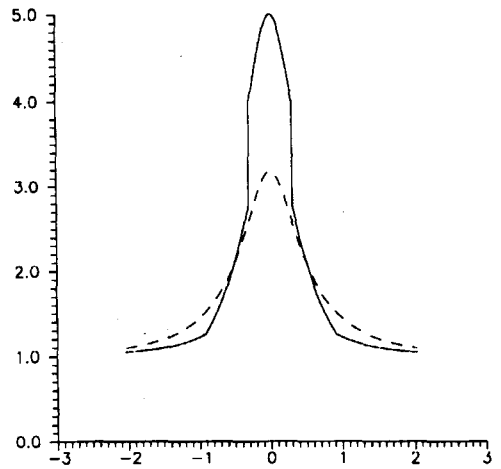


Рис. 2. Кривая блеска для некомпактного тела (сплошная кривая) и для линзы Шварцшильда (штриховая линия), соответствующая значению параметра $1/R_0 = 1.5$ (случай II)

* изображением в гравитационной линзе Шварцшильда. В этом случае, поскольку уравнение линзы в этой точке имеет разрывную производную, то и коэффициент усиления (в общем случае) разрывен. Это обусловлено влиянием двух используемых гипотез, первая из которых состоит в том, что предполагалось, что $a_0 \gg \xi$, и тем самым $\Sigma(\xi) \approx 1/\xi$ (множитель $\text{arctg} \frac{\sqrt{a_0^2 - \xi^2}}{\xi}$ считается равным $\pi/2$). Это предположение становится достаточно грубым при $\xi \approx a_0$. Второй гипотезой является приближение точечного источника. Ясно, что в случае, если отказаться от одной из этих гипотез, кривая блеска для некомпактного тела будет непрерывной. Тем не менее, используемая модель является достаточно простой, что позволяет ее детально исследовать и тем самым определить пределы ее применения.

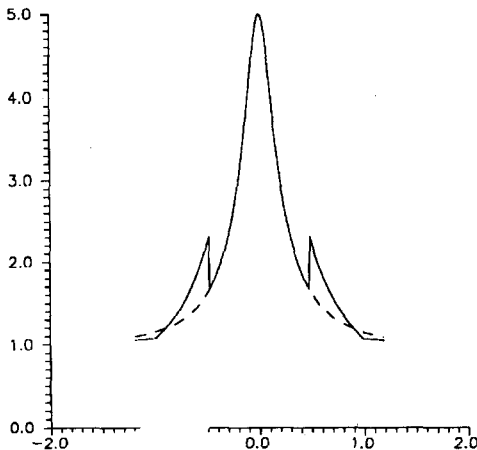


Рис. 3. Кривая блеска для некомпактного тела (сплошная кривая) и для линзы Шварцшильда (штриховая линия), соответствующая значению параметра $R_0 = 2$ (случай III)

Таким образом, коэффициент усиления некомпактного тела (звезды из нейтралино) не отличается от коэффициента усиления линзы Шварцшильда только в случае IIIa (когда имеет место случай III и $y < 1 - 1/R_0$). Во всех других случаях, в принципе, оказывается возможным отличить эти два астрономических объекта.

Авторы выражают благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований (грант 96-02-17434), обеспечивший частичную поддержку данной работы. А.З. выражает благодарность ESO за частичную поддержку данной работы (грант В-07-036).

-
1. C.Alcock, C.W.Akerlof, R.A.Allsman et al., *Nature* **365**, 621 (1993).
 2. E.Aubourg, P.Bareyre, S.Bréhin et al., *Nature* **365**, 623 (1993).
 3. A.Udalski, M.Szymanski, J.Kaluzny, et al., *Astrophys. J. Lett.* **426**, L69 (1993).
 4. B.Paczynsky, *Astrophys. J.* **304**, 1 (1986).
 5. K.Griest, *Astrophys. J.* **366**, 412 (1991).
 6. R.Liebes, *Phys. Rev.* **B133**, 835 (1964).
 7. S.Refsdal, *Mon. Not. R. Astr. Soc.* **128**, 295 (1964).
 8. А.В.Бялко, *Астрон. ж.* **46**, 998 (1969).
 9. М.В.Сажин, *Астрон. Цирк.* N1500, 1987.
 10. A.V.Gurevich and K.P.Zybin, *Phys. Lett.* **A208**, 276 (1995).
 11. A.V.Gurevich and K.P.Zybin, V.A.Sirota, *Phys. Lett.* 1996 (в печати).
 12. A.F.Zakharov, In: *Gravitational Lenses*, Eds R.Kayser, T.Schramm, L.Nieser, Springer, 1992, p.386.
 13. A.F.Zakharov, In: *Particle Astrophysics*, Ed. by G. Fontaine, J. Tran Thanh Van, Editions Frontiers, 1992, p.515.
 14. A.F.Zakharov, *Astron. Astrophys. Trans.* **5**, 85 (1994).
 15. А.Ф.Захаров, А.В.Манджос, *ЖЭТФ* **104**, 3249 (1993).
 16. A.F.Zakharov, *Proc. of 31-st Liege Intern. Astrophysical Colloquium*, June 21 - 25, 1993, "Gravitational Lenses in the Universe", Universite de Liege, Institut d'Astrophysique, Eds. by J. Surdej, D. Fraipont - Caro, E. Gosset, S. Refsdal, M. Remy, p.475.
 17. D.G.Blair and M.V.Sazhin, *Astron. and Astrophys. Trans.* **3**, 191 (1993).
 18. А.Ф.Захаров, *Письма в Астрон. ж.* **20**, 359 (1994).
 19. P.Schneider, J.Ehlers, and E.E.Falco, *Gravitational Lenses*, Berlin - Heidelberg - New York, Springer - Verlag, 1992.
 20. А.Ф.Захаров, *Сибирский физ. ж. вып. 4* (1996) (в печати).
 21. J.M.Bahcall, M.Schmidt, and R.M.Soneira, *Astrophys. Journ.* **285**, 730 (1983).
 22. J.A.R.Caldwell and J.P.Ostriker, *Astrophys. Journ.* **251**, 61 (1981).