Письма в ЖЭТФ, том 63, вып.12, стр.911 - 914

РОЖДЕНИЕ ФОТОНОВ В ИЗОТРОПНО РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

А.В.Кошелкин[1)]

Московский инженерно-физический институт
115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 апреля 1996 г.

Исследовано рождение фотонов скалярными частицами, испытывающими многократные упругие столкновения с изотропно рассеивающими центрами среды. Показано, что процесс рождения мягких фотонов - переходное излучение на границе вакуум – идеальный проводник.

PACS: 12.38.Mh, 12.39.Fe, 12.40.Vv, 25.75.+r

1. Необходимость исследования рождения фотонов при изотропном рассеянии бесспиновых частиц в веществе возникает при изучении свойств адронной среды, образующейся при столкновениях тяжелых ионов высоких энергий [1–4]. Поскольку рождающиеся при этом (вследствие столкновений адронов) γ-кванты суть электромагнитно взаимодействующие частицы, то измерения сечения рождения фотонов позволяют получать информацию непосредственно о состоянии возникающей ядерной материи.

Исследования рождения фотонов в изотропно рассеивающей среде представляют общефизический интерес с точки зрения анализа особенностей формирования спектра тормозного излучения в случаях малоуглового и s-рассеяния частиц в веществе.

В работе исследовано рождение фотонов при многократных упругих столкновениях скалярных частиц с изотропно рассеивающими центрами среды. Найдено и детально исследовано сечение рождения фотонов такими частицами. Показано, что процесс рождения мягких фотонов есть переходное излучение на границе вакуум – идеальный проводник.

2. Рассмотрим частицу со спином $s=0$, влетающую в полубесконечную ($z \geq 0$) аморфную рассеивающую среду в момент времени $t=0$. Пусть энергия, масса и импульс частицы в момент влета соответственно равны $\varepsilon_0, m, \mathbf{p}_0 = p_0 \cdot \mathbf{e}_z$ (где $\mathbf{e}_z$ – единичный вектор в направлении оси Z, $\hbar = c = 1$). Сечение рождения фотонов в веществе определяется выражением

$$d\sigma = \frac{\alpha d^3k}{4\pi^2\omega}\left|(e^{\mu})^* \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dt \int d^3\mathbf{r}\, \exp(ikx)\Psi^*{}_{out}\partial_\mu \Psi_{in}(x)\right|^2, \qquad (1)$$

где $x = (t, \mathbf{r}), \partial_\mu = (\partial/\partial t, \nabla), k = (\omega, \mathbf{k})$ – 4-импульс фотона, e^μ – вектор его поляризации; $\Psi_{in}(x), \Psi_{out}(x)$ – волновые функции излучающей частицы в начальном и конечном состояниях, α – постоянная тонкой структуры. Заметим, что $\Psi_{in}(x), \Psi_{out}(x)$ зависят от положений рассеивающих центров среды.

3. Для нахождения наблюдаемого сечения рождения фотонов в веществе, $d\Sigma$, необходимо усреднить [5,6] выражение (1) по всем возможным положениям

[1)] e-mail: koshelkn@gpd.mephi.msk.su

рассеивателей среды. Для этого разложим волновые функции $\Psi_{in}(x), \Psi_{out}(x)$ по полному набору плоских волн:

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{5/2}} \int d^4p \;\; \phi(p,t) \exp(-ipx). \tag{2}$$

Подставив $\Psi(x)$ в виде (2) в формулу (1) и просуммировав полученное выражение по поляризациям фотона, имеем:

$$d\Sigma =< d\sigma >= \frac{\alpha k^2 dk}{4\omega\pi^2} \left\{ \int d\Omega_{\mathbf{n}} \left[\frac{p_0{}^2 - (\mathbf{p}_0, \mathbf{n})}{\varepsilon(\mathbf{p}_0 - \mathbf{k}/2)\varepsilon(\mathbf{p}_0 + \mathbf{k}/2)} + \right.\right.$$

$$+2\mathrm{Im}\left[\int_0^{+\infty} dt \exp(-i\omega t) \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)} \frac{F(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, \mathbf{k}, t=0, \tau)[(\mathbf{p}\mathbf{p}_0 - (\mathbf{n}\mathbf{p})(\mathbf{n}\mathbf{p}_0)]}{\left[\varepsilon(\mathbf{p}_0 - \mathbf{k}/2)\varepsilon(\mathbf{p}_0 + \mathbf{k}/2)\varepsilon(\mathbf{p} - \mathbf{k}/2)\varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{k}/2)\right]^{1/2}} \right] +$$

$$\left.\left. +2\mathrm{Re}\left[\int_0^{+\infty} dt \int_0^{+\infty} d\tau \exp(-i\omega\tau) \int \frac{d3\mathbf{p} d^3\mathbf{p}' F(\mathbf{p}, \mathbf{p}\ ', \mathbf{k}, t, \tau)[(\mathbf{p}\mathbf{p}\ ' - (\mathbf{n}\mathbf{p})(\mathbf{n}\mathbf{p}\ ')]}{\left(\varepsilon(\mathbf{p} - \mathbf{k}/2)\varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{k}/2)\varepsilon(\mathbf{p}\ ' - \mathbf{k}/2)\varepsilon(\mathbf{p}\ ' + \mathbf{k}/2)\right]^{1/2}} \right] \right] \right\}, \tag{3}$$

где $d\Omega_{\mathbf{n}}$ – элемент телесного угла в направлении вектора $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$; $\varepsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$; $\mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0/\varepsilon_0$ – скорость излучающей частицы в момент влета в вещество, угловые скобки обозначают усреднение по положениям рассеивающих центров среды. При получении формулы (3) учтено, что при $-\infty \le t \le 0$ частица движется в отсутствие рассеяния с импульсом $\mathbf{p}_0$, а начиная с момента $t = 0$ испытывает многократные упругие столкновения в веществе.

Функция $F(\mathbf{p}, \mathbf{p}\ ', \mathbf{k}, t, \tau)$ в формуле (3) связана с коэффициентами разложения $\phi(p)$ волновой функции $\Psi(x)$ (см. выражение (2)) соотношением

$$F(\mathbf{p}, \mathbf{p}\ ', \mathbf{k}, t, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk^0\ ' \int_{-\infty}^{+\infty} dk^0\ '' \exp\left(ik^0\ '\tau + it(k^0\ ' - k^0\ '')\right) \times$$

$$\times < \phi(p + \frac{k}{2})\phi^*(p - \frac{k}{2})\phi(p\ ' + \frac{k\ '}{2})\phi^*(p\ ' - \frac{k\ '}{2}) >, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}\ '. \tag{4}$$

Для нахождения коррелятора в подынтегральном выражении в формуле (4) запишем полевые уравнения для функций $\phi(p_1)$, $\phi^*(p_2)$, $\phi(p_3)$, $\phi^*(p_4)$, правые части которых содержат слагаемые, учитывающие рассеяние частицы в среде [7]. Умножим уравнения для функций $\phi(p_1)$, $\phi^*(p_2)$, $\phi(p_3)$, $\phi^*(p_4)$, соответственно, на произведения $\phi^*(p_2)\phi(p_3)\phi^*(p_4)$; $\phi(p_1)\phi(p_3)\phi^*(p_4)$, $\phi(p_1)\phi^*(p_2)\phi^*(p_4)$; $\phi(p_1)\phi^*(p_2)\phi(p_3)$. Затем, вычитая из первого уравнения второе, и, сложив результат с разностью третьего и четвертого, получаем систему двух уравнений [8, 9], правые части которых зависят от корреляторов типа $< V\phi(p_1)\phi^*(p_2)\phi(p_3)\phi^*(p_4) >$, где V – потенциал взаимодействия частицы с рассеивающими центрами среды [8,9]. Составляя аналогично уравнения для функций вида $< V\phi(p_1)\phi^*(p_2)\phi(p_3)\phi^*(p_4) >$ и расцепляя возникающие при этом корреляторы типа $< V_1V_2\phi(p_1)\phi^*(p_2)\phi(p_3)\phi^*(p_4) >$ обычным образом [10], приходим к уравнениям для функции $< \phi(p_1)\phi^*(p_2)\phi(p_3)\phi^*(p_4) >$. Переходя в полученных уравнениях для излучающей частицы, находящейся на массовой поверхности, от $< \phi(p_1)\phi^*(p_2)\phi(p_3)\phi^*(p_4) >$ к $F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau)$ и учитывая, что характерное время движения частицы в веществе $t \gg \tau$ (время формирования фотона при излучении), для функции $F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau)$ имеем:

$$\frac{\partial F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau)}{\partial\tau} - i\mathbf{k}\mathbf{v}F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau) =$$

$$= n_0\sigma_s v_0\left\{\int d\Omega_1 F(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau) - F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau)\right\}\times$$

$$\times\frac{\partial F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau=0)}{\partial t} - i\mathbf{k}(\mathbf{v}-\mathbf{v}')F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau=0) = n_0\sigma_s v_0\times \qquad (5)$$

$$\times\left\{\int d\Omega_1\left[F(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau=0) + F(\mathbf{p},\mathbf{p}_1,\mathbf{k},t,\tau=0)\right] - 2F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau=0)\right\},$$

$$F(\mathbf{p},\mathbf{p}_1,\mathbf{k},t=0,\tau=0) = p_0^{-4}\delta(p-p_0)\delta(p'-p_0)\delta(\varphi)\delta(\varphi')\delta(\cos\theta-1)\delta(\cos\theta'-1), \quad (5)$$

где n_0 – концентрация рассеивателей в среде, σ_s – сечение рассеяния индивидуального рассеивателя , $d\Omega_1$ – элемент телесного угла в направлении вектора $\mathbf{p}_1/p_1; \varphi, \varphi', \theta, \theta'$ – азимутальные и полярные углы импульсов $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$.

Заметим, что функция $F(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k},t,\tau)$ входит в выражение для сечения рождения фотонов (3) в виде интегралов по переменным $\Omega_{\mathbf{n}}, t, \tau$. Поэтому, выбрав ось z вдоль направления вектора $\mathbf{k}$, проинтегрируем соотношения (5) по $\Omega_{\mathbf{n}}, t, \tau$. Решая получившиеся при этом уравнения и подставляя найденные решения в формулу (3), для сечения рождения фотонов в изотропно рассеивающей среде имеем:

$$d\Sigma = \frac{\alpha\varepsilon_0^2 dk}{4\pi k\omega p_0}\left\{\frac{k}{n_0\sigma_s}\mathrm{Im}\left[\frac{\gamma^2-1}{(\xi^2-\gamma^2)^{1/2}}\times\right.\right.$$

$$\left.\times\ln\left[\frac{(\gamma+1)\left(\xi^2+\gamma+((\xi^2-\gamma^2)(\xi^2-1))^{1/2}\right)}{(\gamma-1)\left(\xi^2-\gamma+((\xi^2-\gamma^2)(\xi^2-1))^{1/2}\right)}\right]\right] + 2\arcsin\frac{1}{\xi} +$$

$$\left.+2\frac{d}{db}\left[\frac{b^2-1}{(\xi^2-b^2)^{1/2}}\ln\left[\frac{(b+1)\left(\xi^2+b+((\xi^2-b^2)(\xi^2-1))^{1/2}\right)}{(b-1)\left(\xi^2-b+((\xi^2-b^2)(\xi^2-1))^{1/2}\right)}\right]\right]\right\}; \qquad (6)$$

$$\gamma = \frac{\omega}{kv_0} - \frac{in_0\sigma_s}{kv_0}; \qquad \xi^2 = \frac{1+(\omega/2\varepsilon_0)^2}{(\omega v_0/\varepsilon_0)^2}; \qquad b = \frac{\omega}{kv_0}.$$

В отличие от случая излучения при сильно анизотропном рассеянии частиц в веществе [5, 6] сечение рождения фотонов (6) не зависит от толщины слоя рассеивающей среды. Это связано с тем, что при изотропном рассеянии частиц в веществе на расстояниях порядка длины свободного пробега $l_0 = (n_0\sigma_s v_0)^{-1}$ происходит полная изотропизация исходной функции распределения частицы. А поскольку, кроме того, характерные углы, в которые происходит излучение, $\theta_k \sim 1$, то, начиная с толщин рассеивающей среды $l \geq l_0 = (n_0\sigma_s v_0)^{-1}$, вклад в сечение рождения фотонов от всех последующих столкновений частицы в веществе в среднем оказывается скомпенсированным. Иначе говоря, излучение частицы в изотропно рассеивающей среде формируется в толщине слоя вещества $l \leq l_0$.

Исследуем сечение рождения фотонов (6) в различных предельных случаях.

В длинноволновой области спектра, когда $k \ll \min\{\varepsilon_0; n_0\sigma_s v_0\}$, из формулы (6) имеем $(k = \omega)$

$$d\Sigma = \frac{\alpha d\omega}{2\pi\omega}\left\{\frac{1}{v_0}\ln\left[\frac{1+v_0}{1-v_0}\right] - 2 + O\left(max\{\frac{\omega}{\varepsilon_0}; \frac{\omega}{n_0 v_0 \sigma_s}\}\right)\right\}. \tag{7}$$

Последнее выражение (с точностью до коэффициента 1/2) совпадает с формулой Гинзбурга-Франка для переходного излучения электрона на границе вакуум - идеальный проводник [11]. Это связано с тем, что в случае предельно малых ω, когда $\lambda = \frac{1}{\omega} \gg l_0$, на длине формирования кванта излучения, равной λ, частица испытывает большое количество соударений с изотропно рассеивающими центрами среды. Но поскольку расположение рассеивателей в веществе случайно, а характерные углы, в которые происходит излучение, $\theta_k \sim 1$, то вклад многократных столкновений частицы в среде в сечение рождения фотонов на длине их формирования в среднем равен нулю, а процесс излучения представляет собой "сбрасывание" частицей собственного электромагнитного поля при переходе через границу рассеивающей среды. При этом сечение рождения (7) меньше $d\Sigma$, даваемого формулой Гинзбурга-Франка, в 2 раза вследствие того, что количество спиновых состояний электрона вдвое больше, чем у скалярной частицы.

При достаточно больших k, таких, что $l_0{}^{-1} \ll k \ll \varepsilon_0$, разлагая выражения в фигурных скобках в формуле (6) по малым $(kl_0)^{-1} \ll 1$, $(k/\varepsilon_0) \ll 1$, получаем

$$d\Sigma = \frac{5\alpha n_0{}^2 v_0{}^2 \sigma_s{}^2 dk}{3\pi\omega k^2(1-v_0{}^2)^2}. \tag{8}$$

Из этого выражения следует, что в коротковолновой области спектра сечение рождения фотонов существенно возрастает по мере увеличения энергии излучающей частицы и при $v_0 \sim 1$ оказывается обратно пропорционально четвертой степени ее лоренц-фактора.

---

1. J.Kapusta, P.Lichard, and D.Seibert, Phys. Rev. **D44**, 2774 (1991).
2. J.Cleymans, V.V.Goloviznin, and K.Redlich, Phys. Rev. **D47**, 173 (1993).
3. Proc. of the 11th Inter. Conf. on Ultrarelativistic Nuclleus-Nucleus Collisions, Monterey, CA, Jan. 9-13, 1995, Nucl. Phys. **A590**, 1c (1995).
4. J.J.Neumann, D.Seibert, and G.Fai, Phys. Rev. **C51**, 1460 (1995).
5. Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук, ДАН СССР **92**, 535 (1953).
6. А.Б.Мигдал, ДАН СССР **96**, 49 (1954).
7. С. де Гроот, В. ван Леувен, Х. ван Верт, *Релятивистская кинетическая теория*, М.: Мир, 1983.
8. А.В.Кошелкин, ЖЭТФ **100**, 1724 (1991).
9. A.V.Koshelkin, J. of Physics A : Math. Gen. **27**, 4189 (1994).
10. Р.Балеску, *Равновесная и неравновесная статистическая механика*, т. **2**, М.: Мир, 1978.
11. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.