РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 64, ВЫПУСК 7*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *10 ОКТЯБРЯ, 1996*

Письма в ЖЭТФ, том 64, вып.7, стр.449 - 455

ТВИСТОРНОЕ ОПИСАНИЕ МИРОВЫХ ПЛОЩАДОК И ИНТЕГРАЛ ДЕЙСТВИЯ СТРУН

О.Е.Гусев, А.А.Желтухин*[1)]

ННЦ "Харьковский физико-технический институт"
310108 Харьков, Украина

**Харьковский государственный университет*
310077 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 14 августа 1996 г.

Твисторное представление Картана–Пенроуза для светоподобных векторов обобщается на изотропные бивекторы, описывающие мировые листы нуль-струн. Строится новая твисторная формулировка действия струны в форме листового интеграла от дифференциальной 2-формы, квадратичной по твисторным переменным. Обсуждается геометрическая природа механизма генерации струнного натяжения.

PACS: 11.25.-w

Несмотря на успешное применение твисторного подхода в теории суперструн [1–11], проблема построения суперполевой формулировки, свободной от трудностей, возникающих при ковариантном квантовании теории, остается открытой. Это связано, в частности, с присутствием вспомогательных лагранжевых множителей в кинетическом члене суперполевого действия струны Грина–Шварца и появлением дополнительных бесконечно-приводимых симметрий этого действия [6]. Новый подход к решению этой проблемы, основанный на использовании обобщенного принципа действия, обсуждался в последнем докладе Волкова на Парижской конференции [10]. Важным элементом этого подхода является применение аппарата внешних дифференциальных форм Картана в теории протяженных объектов, ранее рассматривавшееся на примере бозонных струн [11, 12].

Основываясь на этом примере, авторы предлагают новое твисторное представление для интегралов действия нуль-струн и струн, имеющее вид интегралов от дифференциальных 2-форм мировых площадок, заметаемых струнами

1) e-mail: kfti@rocket.kharkov.ua

при движении в пространстве-времени. Напомним, что в основе твисторного подхода лежит использование известной ковариантной подстановки Картана–Пенроуза для представления 4-импульса $p_m(\tau)$ безмассовой частицы:

$$p_m(\tau) = \bar{U}\gamma_m U = 2u^\alpha \sigma_{m\alpha\dot{\alpha}} \bar{u}^{\dot{\alpha}}, \qquad p^m(\tau) p_m(\tau) = 0, \tag{1}$$

где $U(\tau) = \begin{pmatrix} u_\alpha(\tau) \\ \bar{u}^{\dot{\alpha}}(\tau) \end{pmatrix}$ – майорановский биспинор, определяемый условием $\bar{U} = U^T C$, где матрица зарядового сопряжения $C = \begin{pmatrix} -\varepsilon^{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & -\varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \end{pmatrix}$. Биспинор $U(\tau)$ построен из коммутирующих вейлевских спиноров $u_\alpha(\tau)$ и $\bar{u}^{\dot{\alpha}}(\tau)$, прикрепленных к каждой точке мировой линии частицы и удовлетворяющих условию $u^\alpha u_\alpha = u^\alpha \varepsilon_{\alpha\beta} u^\beta = 0$.

Переход от частиц к струнам связан с переходом от рассмотрения мировых линий к рассмотрению мировых поверхностей, заметаемых струнами при их движении в пространстве-времени. В соответствии с этим 4-векторы $p_m(\tau)$, касательные к мировым линиям частиц, заменяются на бивекторы $p_{mn}(\tau, \sigma)$, характеризующие локальные площадки, касательные к мировым листам струн [13]. В случае нуль-струны, мировая поверхность которой является двумерной геодезической поверхностью, ее бивектор $p_{mn}(\tau, \sigma)$ подчиняется условию светоподобия [12, 14]:

$$p_{mn}(\tau, \sigma) p^{mn}(\tau, \sigma) = 0. \tag{2}$$

Поскольку диодное спинорное поле $u_\alpha(\tau, \sigma)$ определяет двумерные изотропные площадки, касательные к световому конусу [15], то общее лоренц-ковариантное решение условия (2) можно представить в форме[2)]

$$p_{mn}(\tau, \sigma) = i(\bar{U}\gamma_{mn} U) = i\{u^\alpha (\sigma_{mn})_\alpha^\beta u_\beta + \bar{u}_{\dot{\alpha}} (\bar{\sigma}_{mn})^{\dot{\alpha}}_{\dot{\beta}} \bar{u}^{\dot{\beta}}\}, \tag{3}$$

где $\gamma_{mn} = \frac{1}{4}(\gamma_m \gamma_n - \gamma_n \gamma_m)$ и σ_{mn} – генераторы группы Лоренца. Для доказательства этого факта достаточно воспользоваться соотношениями

$$(\sigma_{mn})_\alpha^\beta (\sigma^{nm})_\gamma^\delta = \delta_\alpha^\delta \delta_\gamma^\beta + \varepsilon^{\beta\delta} \varepsilon_{\alpha\gamma}, \quad (\bar{\sigma}_{mn})^{\dot{\alpha}}_{\dot{\delta}} (\bar{\sigma}^{nm})^{\dot{\gamma}}_{\dot{\delta}} = \delta^{\dot{\gamma}}_{\dot{\beta}} \delta^{\dot{\alpha}}_{\dot{\delta}} + \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\gamma}} \varepsilon_{\dot{\beta}\dot{\delta}}, \quad (\sigma_{mn})_\alpha^\beta (\bar{\sigma}^{nm})^{\dot{\gamma}}_{\dot{\delta}} = 0.$$

С учетом твисторного представления (3) предлагаемое здесь представление для действия нуль-струны записывается в виде интеграла от 2-формы вдоль ее мирового листа

$$S = k \int_M p_{mn}(\tau, \sigma) dx^m \wedge dx^n = ik \int_M (\bar{U}\gamma_{mn} U) dx^m \wedge dx^n, \tag{4}$$

где k – константа с размерностью L^{-2}, которая устранима перенормировкой $u^\alpha(\tau, \sigma)$.

Представления (2) и, соответственно, (4) естественно обобщаются на случай суперструны заменой 1-форм dx^m на суперсимметричные формы Картана $\omega^m(d) = dx^m - i\bar{\theta}\gamma^m d\theta$ с добавлением члена Весса–Зумино, а на случай нуль-(супер)p-бран в $\mathcal{D}$-мерном пространстве посредством перехода от бивектора p_{mn} к антисимметричным тензорам $p_{m_1, m_2, \ldots, m_{p+1}}$, и от 2-формы $dx^m \wedge dx^n$ к $(p+1)$-форме $dx^{m_1} \wedge dx^{m_2} \ldots \wedge dx^{m_{p+1}}$. При таком обобщении условие изотропии мирового гиперлиста $p_{m_1, m_2, \ldots, m_{p+1}} p^{m_1, m_2, \ldots, m_{p+1}} = 0$ накладывает ограничения на спектр допустимых значений пар (p, D), при которых возможно обобщение

2) Заметим, что ввиду произвола в определении u^α более общее представление для p_{mn} в виде $p_{mn}(\tau, \sigma) = i\{\rho \bar{u}^\alpha (\sigma_{mn})_\alpha^\beta \bar{u}_\beta + \bar{\rho} \bar{\bar{u}}_{\dot{\alpha}} (\bar{\sigma}_{mn})^{\dot{\alpha}}_{\dot{\beta}} \bar{\bar{u}}^{\dot{\beta}}\}$ сводится к (3) переопределением $\rho^{1/2} \tilde{u}^\alpha = u^\alpha$.

твисторной подстановки на случай антисимметричных тензоров $p_{m_1,m_2,\ldots,m_{p+1}}$ в $\mathcal{D}$-мерном пространстве-времени.

Прежде чем перейти к изучению физических следствий твисторной подстановки, обобщающей (3) на случай струн, изучим эти следствия на более простом примере нуль-струн. С учетом подстановки (3) действие нуль-струны (4) записывается в эквивалентной форме:

$$S = i \int d\tau d\sigma [\varepsilon^{\mu\nu} \partial_\mu x^m \partial_\nu x^n (u^\alpha (\sigma_{mn})_\alpha^\beta u_\beta + \bar{u}_{\dot\alpha} (\bar\sigma_{mn})_{\dot\beta}^{\dot\alpha} \bar{u}^{\dot\beta}) + \lambda (u^\alpha o_\alpha - 1) + \bar\lambda (\bar{u}_{\dot\alpha} \bar{o}^{\dot\alpha} + 1)], \tag{5}$$

где $m, n = 0, 1, 2, 3$ – векторные индексы 4-мерного пространства Минковского, μ, ν – листовые индексы, которые принимают значения τ и σ, $\varepsilon^{\mu\nu} = -\varepsilon^{\nu\mu}$, $\varepsilon^{\tau\sigma} = 1$, $\partial_\tau x^m = \dot{x}^m = \partial x^m / \partial \tau$, $\partial_\sigma x^m = x'^m = \partial x^m / \partial \sigma$. Представление (5) содержит дополнительное слагаемое, определяющее скалярное произведение твисторных переменных или диад Ньюмена–Пенроуза $u^\alpha(\tau, \sigma)$ и $o^\alpha(\tau, \sigma)$ [15]. Заметим, что диады $u^\alpha(\tau, \sigma)$ и $o^\alpha(\tau, \sigma)$ являются вспомогательными полями и образуют локальный спинорный базис в каждой точке мирового листа, аналогичный векторному базису тетрад в общей теории относительности [15].

Варьируя действие (5) по переменным x^m, u^α, o^α, λ для случая замкнутой нуль-струны, получим следующие уравнения движения[3]:

$$x'^n [u\sigma_{mn} u + \bar{u}\bar\sigma_{mn} \bar{u}]^{\cdot} - \dot{x}^n [u\sigma_{mn} u + \bar{u}\bar\sigma_{mn}\bar{u}]' = 0, \tag{6}$$

$$\dot{x}^m x'^n (u\sigma_{mn})^\beta = 0, \qquad \dot{x}^m x'^n (\bar\sigma_{mn} \bar{u})^{\dot\alpha} = 0, \tag{7}$$

$$uo - 1 = 0, \qquad \bar{u}\bar{o} + 1 = 0, \tag{8}$$

$$\lambda = 0, \qquad \bar\lambda = 0.$$

Нетрудно показать, что уравнения (7) могут быть представлены в эквивалентной форме:

$$\dot{x}^m x'^n (\sigma_{mn})_{\alpha\beta} = Q u_\alpha u_\beta, \tag{9}$$

откуда следует твисторное представление для бивектора площадки нуль-струны:

$$\dot{x}^m x'^n - \dot{x}^n x'^m = i[Qu\sigma^{mn} u + \bar{Q}\bar{u}\bar\sigma^{mn}\bar{u}]. \tag{10}$$

Из уравнения (10) следует условие светоподобия мирового листа:

$$\dot{x}^2 x'^2 - (\dot{x}x')^2 = 0. \tag{11}$$

Фиксируя репараметризационную симметрию условиями [12]

$$(\dot{x}x') = 0, \qquad \dot{x}^2 = 0, \tag{12}$$

покажем, что уравнения движения принимают известный вид [12]. С этой целью домножим (10) на $\dot{x}^m$ и, воспользовавшись (12), получим уравнение для $\dot{x}^m$:

$$[Qu\sigma_{mn} u + \bar{Q}\bar{u}\bar\sigma_{mn}\bar{u}]\dot{x}^m = 0, \tag{13}$$

откуда

$$\dot{x}^m = r(\tau, \sigma)(u\sigma^m \bar{u}). \tag{14}$$

С учетом (14) из уравнений (12) получим твисторное представление для x'^m:

$$x'^m = a(u\sigma^m \bar{u}) + b(u\sigma^m \bar{o}) + \bar{b}(o\sigma^m \bar{u}). \tag{15}$$

[3]Здесь и далее для сокращения записи мы используем следующие обозначения: $u^\alpha \sigma^n_{\alpha\dot\alpha} \bar{o}^{\dot\alpha} = (u\sigma^n \bar{o})$, $\bar{u}_{\dot\alpha} \bar\sigma^{n\dot\alpha\alpha} o_\alpha = (\bar{u}\bar\sigma^n o)$, $u^\alpha (\sigma_{mn})_\alpha^\beta o_\beta = (u\sigma_{mn} o)$, $\bar{u}_{\dot\alpha} (\bar\sigma_{mn})_{\dot\beta}^{\dot\alpha} \bar{o}^{\dot\beta} = (\bar{u}\bar\sigma_{mn}\bar{o})$, $u^\alpha o_\alpha = (uo)$, $\bar{u}_{\dot\alpha} \bar{o}^{\dot\alpha} = (\bar{u}\bar{o})$.

Используя произвол, оставшийся после фиксации калибровок (12), выберем функцию $r(\tau,\sigma)$ в виде

$$r(\tau,\sigma) = \mathrm{Im}b. \tag{16}$$

Тогда в калибровке (14) и (16) уравнения движения (6) принимают вид уравнений движения свободной нуль-струны:

$$\ddot{x}^m(\tau,\sigma) = 0. \tag{17}$$

Рассмотрим теперь условия интегрируемости представлений (14) и (15):

$$(\dot{x}^m)' = (x'^m)^{\cdot}. \tag{18}$$

Эти условия принимают наиболее простой вид, если зафиксировать калибровочные степени свободы, связанные с оставшимися симметриями действия (5). Помимо репараметризационной инвариантности, зафиксированной условиями (14) и (16), действие (5) также инвариантно относительно трансляций спинора o^α:

$$\delta u^\alpha = 0, \qquad \delta o^\alpha = \varepsilon u^\alpha, \tag{19}$$

где $\varepsilon(\tau,\sigma)$ – комплексный параметр. Кроме указанной, существует еще одна дополнительная симметрия, оставляющая действие (5) инвариантным при учете (15), преобразования которой имеют вид

$$\delta u^\alpha = \Delta x'_n(o\sigma^n\bar{u})u^\alpha \sim \Delta b u^\alpha, \qquad \delta o^\alpha = -\Delta x'_n(o\sigma^n\bar{u})o^\alpha \sim -\Delta b o^\alpha, \tag{20}$$

где Δ – вещественный параметр, и сводятся к растяжениям u^α и o^α.

Поскольку любая спинорная функция может быть разложена по спинорному базису, воспользуемся этим фактом и рассмотрим деривационные уравнения:

$$\dot{u}^\alpha = \xi_1 u^\alpha + \xi_2 o^\alpha, \quad u'^\alpha = \zeta_1 u^\alpha + \zeta_2 o^\alpha, \quad \dot{o}^\alpha = \eta_1 u^\alpha + \eta_2 o^\alpha, \quad o'^\alpha = \chi_1 u^\alpha + \chi_2 o^2. \tag{21}$$

В силу условий $(uo)^{\cdot} = 0 = (uo)'$ коэффициенты η_2 и χ_2 связаны с ξ_1 и ζ_1 соотношениями $\xi_1 + \eta_2 = 0$, $\zeta_1 + \chi_2 = 0$. Фиксацию симметрий (19) и (20) проведем, наложив ограничения на деривационные коэффициенты разложения $\dot{u}^\alpha$ и $\dot{o}^\alpha$ в (21):

$$\eta_1 = 0, \qquad \mathrm{Im}\xi_1 = 0. \tag{22}$$

Уравнения (21) должны подчиняться условиям интегрируемости, аналогичным (18):

$$(\dot{u}^\alpha)' = (u'^\alpha)^{\cdot}, \qquad (\dot{o}^\alpha)' = (o'^\alpha)^{\cdot}, \tag{23}$$

которые также заметно упрощаются при специальной фиксации калибровок. Условия интегрируемости (18), (23) в фиксированных калибровках будем рассматривать совместно с уравнениями движения свободной нуль-струны (17). С учетом (16) уравнения движения (17) переходят в уравнения

$$\mathrm{Im}\dot{b} + 2\mathrm{Im}b\mathrm{Re}\xi_1 = 0, \qquad \xi_2 = 0. \tag{24}$$

После фиксации всех пяти калибровок и использования уравнений (24) условия интегрируемости (18) принимают следующий вид:

$$2a\mathrm{Re}\xi_1 + \dot{a} - \mathrm{Im}b' - 2\mathrm{Im}b\mathrm{Re}\zeta_1 = 0, \tag{25}$$

$$\mathrm{Re}\dot{b} - \mathrm{Im}b\mathrm{Re}\zeta_2 = 0, \tag{26}$$

$$\mathrm{Im}\dot{b} + \mathrm{Im}b\mathrm{Im}\zeta_2 = 0, \tag{27}$$

а условия интегрируемости (23) соответственно вид

$$\mathrm{Re}\xi'_1 = \mathrm{Re}\dot{\zeta}_1, \qquad (\mathrm{Im}\zeta_1)^{\cdot} = 0 \tag{28}$$

$$\dot{\zeta}_2 = 2\zeta_2\mathrm{Re}\xi_1, \qquad \dot{\chi}_1 = -2\chi_1\xi_1. \tag{29}$$

Система уравнений (22) - (29) описывает динамику свободной нуль-струны с зафиксированными калибровочными степенями свободы. Решая эту систему, получаем решение для твисторных переменных[4]:

$$u^\alpha(\tau,\sigma) = u_0^\alpha(1 - \mathrm{Im}\zeta_{20}\tau)^{-1/2}, \quad o^\alpha(\tau,\sigma) = o_0^\alpha(1 - \mathrm{Im}\zeta_{20}\tau)^{1/2}, \tag{30}$$
$$u_0' u_0 = -\zeta_{20}, \quad u_0 o_0 - 1 = 0$$

и уравнения для $\dot{x}^m$ и x'^m:

$$\dot{x}^m = \mathrm{Im} b_0(u_0\sigma^m\bar{u}_0), \quad x'_m = q_m(\sigma) + f_m(\sigma)\tau,$$

где

$$q_m = a_0(u_0\sigma^m\bar{u}_0) + b_0(u_0\sigma^m\bar{o}_0) + \bar{b}_0(o_0\sigma^m\bar{u}_0),$$

$$f_m = (\mathrm{Im} b_0' + 2\mathrm{Im} b_0 \mathrm{Re}\zeta_{10})u_0\sigma^m\bar{u}_0 + \mathrm{Im} b_0(\bar{\zeta}_{20}u_0\sigma^m\bar{o}_0 + \zeta_{20}o_0\sigma^m\bar{u}_0),$$

а $\zeta_{10} = u_0' o_0$. Отсюда находим общее решение для $x^m(\tau,\sigma)$:

$$x^m(\tau,\sigma) = \mathrm{Im} b_0(u_0\sigma^m\bar{u}_0)\tau + \int q^m(\sigma)d\sigma. \tag{31}$$

Таким образом, закрепление калибровок для симметрий действия (5) приводит к системе уравнений (30) и (31), описывающей свободное движение нуль-струны.

Покажем эквивалентность действия (5) действию для нуль-струны, предложенному в [12]. Для этого, используя условия полноты для диад u^α и o^α, перейдем от антисимметричных матриц $(\sigma^{mn})_\alpha^\beta$ в действии (5) к парным произведениям матриц $\sigma^m_{\alpha\dot{\alpha}}$, $\sigma^n_{\beta\dot{\beta}}$, обрамленным u^α либо o^α. Тогда подынтегральное выражение в (5) примет следующий вид:

$$2i\dot{x}^m x'^n(u\sigma_{mn}u + \bar{u}\bar{\sigma}_{mn}\bar{u}) = \dot{x}_m x' n_i^m \varepsilon^{ik} n_k^n,$$

где орты локальной тетрады $n_0^m(\tau,\sigma)$ и $n_1^m(\tau,\sigma)$ определяются соотношениями

$$n_0^m = u\sigma^m\bar{u}, \quad n_1^m = \frac{i}{2}(u\sigma^m\bar{o} - o\sigma^m\bar{u}), \quad n_0^m n_{0m} = 0, \quad n_0^m n_{1m} = 0, \quad n_1^m n_{1m} = 1,$$
$$\varepsilon^{ik} = -\varepsilon^{ki}, \quad \varepsilon^{01} = 1. \tag{32}$$

Отсюда видно совпадение кинетического члена в действии (5) с кинетическим членом в действии, рассмотренном в [12]. Дополнительные слагаемые $uo - 1 = 0$ и к.с. к ним, определяющие скалярное произведение диад Ньюмена-Пенроуза, аналогичны условиям ортонормированности векторов n_0^m и n_1^m локального репера мирового листа нуль-струны. Тем самым доказывается полная эквивалентность твисторного представления действия (5) стандартному представлению нуль-струны [12, 16, 17].

Представление (4) допускает естественное расширение на струны Намбу-Гото и суперструны Грина-Шварца, если принять во внимание, что в каждой точке мирового листа струны имеется два линейно независимых, светоподобных вектора

$$p_m^+(\tau,\sigma) = i(\bar{U}\gamma_m U), \quad p_m^-(\tau,\sigma) = i(\bar{O}\gamma_m O), \tag{33}$$

где $O(\tau) = \begin{pmatrix} o_\alpha(\tau,\sigma) \\ \bar{o}^{\dot{\alpha}}(\tau,\sigma) \end{pmatrix}$ и $o_\alpha(\tau,\sigma)$ - дополнительные к $u_\alpha(\tau,\sigma)$ компоненты диады Ньюмена-Пенроуза [15]. С учетом этого замечания бивектор $\mathrm{p}_{mn}(\tau,\sigma)$,

[4] Здесь мы используем следующее соотношение для величин в момент времени $\tau = 0$: $A(\tau,\sigma)|_{\tau=0} = A_0$.

описывающий поле плоскостей, касательных к листу струны Намбу–Гото, можно представить в виде суммы светоподобных бивекторов $p^{+}_{mn}(\tau,\sigma)$ и $P^{-}_{mn}(\tau,\sigma)$ (33):

$$\mathrm{P}_{mn}(\tau,\sigma)=p^{+}_{mn}(\tau,\sigma)+p^{-}_{mn}(\tau,\sigma)=i\{(\bar{U}\gamma_{mn}U)+\bar{O}\gamma_{mn}O)\},\tag{34}$$

каждый из которых описывает нуль-площадки, натянутые на компоненты диады $u^{\alpha}(\tau,\sigma)$ и $o^{\alpha}(\tau,\sigma)$. Замена в действии (4) бивектора p_{mn} на P_{mn} (34) превращает действие нуль-струны в действие струны Намбу–Гото. Натяжение струны при этом возникает в форме размерного лагранжева множителя при связях, определяющих произведение диад, а само выражение для действия струны принимает вид

$$S=ik\int d\tau d\sigma[\varepsilon^{\mu\nu}x^{m}_{\mu}x^{n}_{\nu}(u(\sigma_{mn})u+\bar{u}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{u}+o(\sigma_{mn})o+\bar{o}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{o})-i\lambda(uo-1)+i\bar{\lambda}(\bar{u}\bar{o}+1)].\tag{35}$$

Действие (35) по своей структуре аналогично (5). Изменен лишь кинетический член, но, как и в (5), он по-прежнему представляет собой произведение дифференциальных форм.

Покажем, что функционал (35) действительно описывает бозонную струну. Проварьировав действие по координатам x^{m}, u^{α}, o^{α}, λ, получим следующие уравнения движения:

$$\begin{gathered}x'^{n}[u(\sigma_{mn})u+\bar{u}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{u}+o(\sigma_{mn})o+\bar{o}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{o}]^{\cdot}-\\-\dot{x}^{n}[u(\sigma_{mn})u+\bar{u}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{u}+o(\sigma_{mn})o+\bar{o}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{o}]'=0,\end{gathered}\tag{36}$$

$$4\dot{x}^{m}x'^{n}[u(\sigma_{mn})]^{\beta}+i\lambda o^{\beta}=0,\quad 4\dot{x}^{m}x'^{n}[o(\sigma_{mn})]^{\beta}-i\lambda u^{\beta}=0,\tag{37}$$

$$uo-1=0\tag{38}$$

и к.с. к ним. Из условия существования ненулевого решения для u^{α} и o^{α} находим

$$(\dot{x}x')^{2}-\dot{x}^{2}x'^{2}=\frac{1}{4}\lambda^{2}=\frac{1}{4}\bar{\lambda}^{2}.\tag{39}$$

С учетом этих условий уравнения (37) эквивалентны уравнению

$$4\dot{x}^{m}x'^{n}(\sigma_{mn})^{\beta}_{\alpha}=-i\lambda(u_{\alpha}u^{\beta}+o_{\alpha}o^{\beta})=0\tag{40}$$

и к.с. к нему, из которых получим твисторное представление для бивектора площадки струны

$$\dot{x}^{m}x'^{n}-\dot{x}^{n}x'^{m}=\frac{i}{4}(\lambda u\sigma^{mn}u+\bar{\lambda}\bar{u}\bar{\sigma}^{mn}\bar{u})+\frac{i}{4}(\lambda o\sigma^{mn}o+\bar{\lambda}\bar{o}\sigma^{mn}\bar{o})\tag{41}$$

в виде суммы бивекторов нуль-площадок. Принимая во внимание времениподобный характер поверхности струны, приходим к условию вещественности λ : $\lambda=\bar{\lambda}$. В действии (35), в отличие от случая нуль-струны, размерная константа k не устраняется переопределением твисторов и интерпретируется как натяжение струны. Можно прямо показать, что действие (35) совпадает с действием для бозонной струны, описанным в [11, 12]. С этой целью заметим, что использованный в [11, 12] локальный листовой базис из векторов n^{m}_{0} и n^{m}_{1} можно представить в виде [15]

$$n^{m}_{0}=\frac{1}{2}(u\sigma^{m}\bar{u}+o\sigma^{m}\bar{o}),\quad n^{m}_{1}=\frac{i}{2}(u\sigma^{m}\bar{o}-o\sigma^{m}\bar{u}),\quad n^{m}_{0}n_{0m}=-1,\quad n^{m}_{0}n_{1m}=0,\quad n^{m}_{1}n_{1m}=1.$$

Используя условие полноты для u^{α} и o^{α}, преобразуем кинетический член в (37) следующим образом:

$$i[u(\sigma_{mn})u+\bar{u}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{u}+o(\sigma_{mn})o+\bar{o}(\bar{\sigma}_{mn})\bar{o}]=2(n^{m}_{0}n^{n}_{1}-n^{n}_{0}n^{m}_{1})=n^{m}_{i}\varepsilon^{ik}n^{n}_{k}.$$

Мы видим, что кинетический член в (37) совпадает с кинетическим членом в представлении [11, 12]. Слагаемые типа $uo - 1$ описывают скалярное произведение диад u^α, o^α и аналогичны соответствующим условиям на векторы n_0^m и n_1^m в [11, 12]. Следовательно, антисимметричное твисторное представление (37) действительно описывает бозонную струну.

Мы показали, что действие бозонной струны можно строить в виде суммы свободных действий двух нуль-струн с мировыми площадками, натянутыми на спиноры u^α и o^α, соответственно, и связей, закрепляющих условия "ортонормируемости" диад Ньюмена-Пенроуза.

Рассмотренный здесь механизм введения натяжения является альтернативным по отношению к механизмам, рассмотренным в [18, 19]. Предлагаемый механизм находится в соответствии с тенденциями, развиваемыми в работе [14] по поиску механизмов генерации натяжения, не требующих введения дополнительных внешних полей, поскольку в нашем подходе натяжение генерируется вкладом в потенциальную энергию струны, который выражается связью на твисторные переменные (40). Эти переменные следует рассматривать как внутренние переменные задачи, поскольку они параметризуют бивекторы мировых площадок струн.

Исследование гамильтонова формализма и проведение процедуры квантования будет проведено в следующих работах.

Данная работа была частично поддержана грантом INTAS и правительством Голландии 94-2317.

---

1. D.Sorokin, V.Tkach, D.V.Volkov, and A.A.Zheltukhin, Phys. Lett. **B216**, 302 (1989).
2. N.Berkovits, Nucl. Phys. **B379**, 96 (1992); **395**, 77 (1993).
3. E.Ivanov and A.Kapustnikov, Phys. Lett. **B267**, 175 (1991).
4. M.Tonin, Phys. Lett. **B266**, 312 (1991); Int. J. Mod. Phys. **7**, 613 (1992).
5. F.Delduc, A.Galperin, P.Howe, and E.Sokatchev, Phys. Rev. **D47**, 587, (1992).
6. A.Galperin and E.Sokatchev, Phys. Rev. **D48**, 4810 (1993).
7. E.Bergshoeff and E.Sezgin, Nucl. Phys. **B422**, 329 (1994); E.Sezgin, hep-th 9411055.
8. I.A.Bandos and A.A.Zheltukhin, Sov. J. Elem. Part. Atom. Nucl. **25**, (1994); I.A.Bandos and A.A.Zheltukhin, Fortschr. Phys. **41**, 7, 619 (1993).
9. P.Pasti and M.Tonin, Nucl. Phys. **B418**, 337 (1994).
10. D.V.Volkov, *Generalized action principle for superstrings and supermembranes*, Report presented at the Conf. "SUSY-95". Paris. 1995; I.A.Bandos, D.V.Volkov, and D.P.Sorokin, Phys. Let. **B352**, 269 (1995).
11. Д.В.Волков, А.А.Желтухин, УФЖ **30**, 809 (1985).
12. А.А.Желтухин, АЯ **48**, 587 (1988); ТМФ **77**, 377 (1988).
13. Y.Nambu, Phys. Lett. **B92**, 327 (1980).
14. S.Hassani, U.Lindström, and R.von Unge, Class. Quant. Grav. **11**, L79 (1994).
15. R.Penrose and W.Rindler, *Spinors and Space-Time*, v.1, 2, Cambridge Univ. Press., 1986.
16. A.Schild, Phys. Rev. **D16**, 1722 (1977).
17. A.Karlhede and U.Lindström, Class. Quant. Grav. **3**, L73 (1986).
18. А.А.Желтухин, ЯФ **50**, 1504 (1990).
19. P.K.Townsend, Phys. Lett **B277**, 285 (1992).