

## КРИТИЧЕСКИЙ ТОК НЕОДНОРОДНОГО ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА НА МЕЖЗЕРЕННОЙ ГРАНИЦЕ СО СЛУЧАЙНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ДИСЛОКАЦИЙ

*Е.З.Мейлихов, Р.М.Фарзетдинова*

*Российский научный центр "Курчатовский институт"*

*123182 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 ноября 1996 г.

После переработки 27 ноября 1996 г.

Вычисляется критический ток неоднородного межзеренного джозефсоновского перехода в предположении о подавлении сверхпроводимости локальными напряжениями случайно распределенных граничных дислокаций.

PACS: 61.72.Lk, 74.50.+g, 74.60.Jg

Низкое значение критического тока высокотемпературных сверхпроводящих керамик, как известно, определяется множеством межзеренных слабых связей на границах между соседними сверхпроводящими гранулами. Слабые связи возникают вследствие понижения величины сверхпроводящего параметра порядка вблизи таких границ. Тому могут быть различные причины, однако на чистых границах, не содержащих примесей и структурных нарушений, понижение параметра порядка чаще всего связывают с полем механических напряжений  $\sigma_{ik}$  ( $i, k = x, y, z$ ), генерируемых дислокациями на границах зерен [1–3].

В теории дислокаций межзеренные границы обычно ассоциируются с *периодической* системой краевых (для границы наклона) или винтовых (для границы кручения) дислокаций [4], плотность которых тем выше, чем больше угол  $\theta$  разориентации соседних зерен. Плотность дислокаций принято характеризовать расстоянием  $D$  между ними, которое связано с углом  $\theta$  соотношением  $D = b/[2\sin(\theta/2)]$ , в котором  $b$  – величина вектора Бюргерса, не сильно отличающаяся от постоянной  $a$  кристаллической решетки в направлении этого вектора (в простейших случаях  $b$  просто совпадает с  $a$ ).

При сближении дислокаций создаваемые ими напряжения взаимно компенсируются и ширина приграничной области “сильных” напряжений уменьшается [3]. Межзеренная связь должна при этом становиться все менее слабой, а межзеренный критический ток – увеличиваться. Этот вывод противоречит многочисленным экспериментам, которые демонстрируют быстрый спад межзеренного критического тока с ростом угла разориентации  $\theta$  для всех типов границ (наклона, кручения и смешанных) в высокотемпературных сверхпроводящих пленках [5,6] и кристаллах [7].

Мы полагаем, что отмеченное несоответствие связано не с ущербностью модели, а с неправильным предположением о периодичности системы граничных дислокаций. Действительно, существуют различные причины, нарушающие такую периодичность. Достаточно упомянуть тепловые флуктуации, смещающие дислокации на расстояние порядка постоянной решетки, а также неизбежную в общем случае несоизмеримость периода  $D$  дислокационной структуры с постоянной решетки. Поэтому физически более правильно считать систему

граничных дислокаций случайной, полагая, что каждая из них может быть случайным образом смещена относительно своего "регулярного" положения на расстояние порядка  $a$ . Таким образом, задача в значительной мере сводится к расчету поля напряжений системы случайных дислокаций вблизи межзеренной границы. Численные расчеты такого рода [3] демонстрируют качественное согласие с экспериментом и подтверждают плодотворность подобной "случайной" модели. В настоящей работе развивается аналитический метод решения сформулированной проблемы. Поскольку точная зависимость сверхпроводящего параметра порядка от напряжения неизвестна, при расчете межзеренного критического тока использовалось простое приближение, согласно которому параметр порядка обращается в нуль в тех областях, где  $\sigma_{ik} \geq \sigma_c$ , и не изменяется там, где  $\sigma_{ik} < \sigma_c$ .

Теоретико-вероятностная модель случайного поля напряжений на границе. Ниже мы будем исходить из известного выражения [4] для  $\sigma_{xx}$ -компонент тензора напряжений, которые создаются одиночной краевой дислокацией, расположенной в начале координат и характеризуемой вектором Бюргерса  $b$ , направленным вдоль оси  $x$ :

$$\sigma_{xx} = -b\sigma_0 y(3x^2 + y^2)/(x^2 + y^2)^2, \quad (1)$$

где  $\sigma_0 = G/[2\pi(1 - \mu)]$ ,  $G$  - модуль сдвига,  $\mu$  - коэффициент Пуассона,

Рассмотрим некоторую прямую линию (будем называть ее  $x$ -линией), параллельную границе и расположенную на расстоянии  $x$  от нее. При движении вдоль  $x$ -линии напряжение  $\sigma_{ik}$  не остается постоянным и может быть описано с помощью функции распределения  $f_x(\sigma_{ik})$ , индекс которой означает, что введенная функция относится к  $x$ -линии. В некоторых точках  $x$ -линии  $|\sigma_{ik}| > \sigma_c$ , а в других точках -  $|\sigma_{ik}| < \sigma_c$ . Вероятность  $w_x$  того, что произвольная точка  $x$ -линии является "хорошей" (то есть в этой точке  $|\sigma_{ik}| < \sigma_c$ ), определяется относительной долей ее "хороших" участков и равна

$$w_x = \int_{-\sigma_c}^{\sigma_c} f_x(\sigma_{ik}) d\sigma_{ik}. \quad (2)$$

а вероятность того, что некоторая точка  $x$ -линии - "плохая" (то есть в этой точке  $|\sigma_{ik}| > \sigma_c$ ), равна, естественно,  $(1 - w_x)$ .

Рассмотрим теперь  $x$ -полосу - область, ограниченную межзеренной границей и  $x$ -линией. Вероятность того, что некоторая часть этой полосы - "плохая", а соответствующая область вне ее - "хорошая", пропорциональна произведению двух вероятностей: вероятности того, что даже наиболее удаленные от границы внутренние точки этой части  $x$ -полосы - еще "плохие", и вероятности того, что все точки, примыкающие к этой части  $x$ -полосы "снаружи" - уже "хорошие". Ясно, что эти две вероятности совпадают с  $w_x$  и  $(1 - w_x)$ , соответственно. Таким образом, вероятность  $p(x)$  того, что ширина "плохого" слоя на рассматриваемой части границы равна  $x$ , определяется простым соотношением

$$p(x) = p_0 w_x (1 - w_x), \quad (3)$$

где  $p_0$  - нормировочный множитель, определяемый условием  $\int_0^\infty p(x) dx = 1$ . По существу,  $p(x)$  - это вероятность того, что ширина "плохой" полосы,

измеренная при перемещении вдоль случайно выбранной нормали к границе, равна  $x$ .

Теперь мы можем легко найти среднее (усредненное по границе с неоднородным напряжением  $\sigma_{ix}$ ) значение любой физической величины, зависящей от ширины "плохой" полосы. В частности, наиболее вероятная ширина такой полосы равна  $\langle x \rangle = \int_0^\infty xp(x)dx$ .

Критический ток джозефсоновского перехода на однородной границе можно записать в виде  $i_c = i_0 \exp(-d/\xi_N)$ , где  $i_0$  - критический ток в объеме,  $d$  - толщина "плохого" (являющегося не сверхпроводником, а, например, нормальным металлом) слоя на границе,  $\xi_N$  - электронная корреляционная длина в нормальном металле. Обобщение этого выражения на неоднородный случай имеет вид

$$\langle i_c \rangle = i_0 \int_0^\infty \exp(-2x/\xi_N)p(x)dx, \quad (4)$$

где фактор 2 учитывает наличие "плохой" полосы по обе стороны от границы.

Таким образом, задача об определении критического тока межзеренной границы, рассматриваемой как джозефсоновский переход, неоднородность свойств которого связана с граничными дислокациями, сводится к отысканию введенной выше функции распределения  $p(x)$  для того или иного распределения дислокаций вдоль границы.

Полное напряжение, создаваемое в произвольной точке кристалла, представляет собой сумму случайных величин - напряжений от отдельных дислокаций - и также является случайной величиной. В принципе, существует метод, позволяющий найти функцию распределения суммы случайных величин, распределенных по известному закону - это метод Маркова [8]. Однако использование его в рассматриваемом случае не позволяет получить достаточно простого аналитического выражения для этой функции. Поэтому для того, чтобы получить представление о форме этой функции, мы воспользуемся результатами численного расчета напряжений для некоторой реализации случайного распределения дислокаций (см. [3]). На рис.1 представлены функции распределения напряжения  $f_x(\sigma_{xx})$  на расстоянии  $x = 5a$  от границы с углом разориентации  $\theta = 10^\circ$  при различных значениях параметра  $\Delta$ , являющегося мерой случайности в расположении дислокаций ( $\Delta$  совпадает со среднеквадратичным отклонением дислокаций от их "регулярных" положений)<sup>1)</sup>. Схожие результаты получены и для других значений  $\theta \geq 1^\circ$ ,  $x \geq a$  и  $\Delta \geq 0,02$ . Видно, что с хорошей точностью отношение  $f_x(\sigma_{xx})/\sigma_{xx}$  является линейной функцией напряжения. Это означает, что функцию распределения можно записать в виде

$$f_x(\sigma_{xx}) \propto |\sigma_{xx}[\sigma_1(x, \Delta, \theta) - \sigma_{xx}]|, \quad (5)$$

где  $\sigma_1(x, \Delta, \theta)$  - единственный параметр распределения, определяющий все его свойства и, в частности, дисперсию  $D(x, \Delta, \theta)$ , которая для параболического распределения вида (5) равна  $D = (3/10)\sigma_1^2$ . Таким образом, для полного описания распределения  $f_x(\sigma_{xx})$  достаточно знать его дисперсию.

Последнюю можно оценить с помощью следующих рассуждений. Суммарное поле напряжений является результатом наложения случайных возмущений, связанных со смещениями дислокаций из их равновесных положений, на

<sup>1)</sup> Функция распределения - четна относительно  $\sigma_{xx}$ ; на рисунке показана только та ее часть, которая соответствует значениям  $\sigma_{xx} > 0$ .

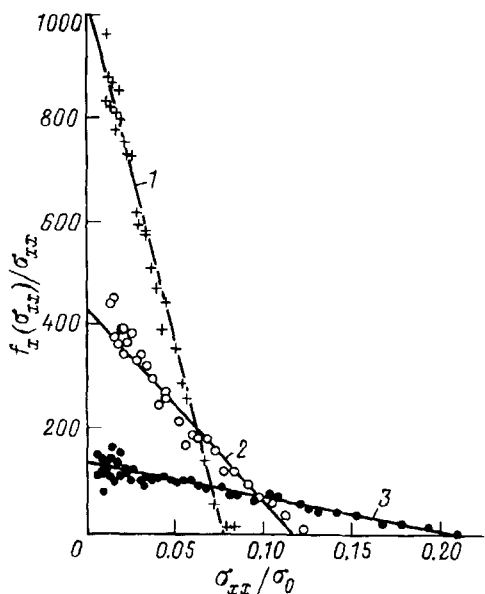


Рис.1. Результаты численного расчета (точки) [3] функции распределения напряжения  $f_x(\sigma_{xx})$  на расстоянии  $x = 5a$  от межзеренной границы с углом разориентации  $\theta = 10^\circ$  при различных значениях параметра  $\Delta/a$ : 1 - 2; 2 - 1; 3 - 0,05. Координаты выбраны таким образом, чтобы выявить вид функциональной зависимости  $f_x(\sigma_{xx})$ . Прямые линии - соответствующие линейные приближения

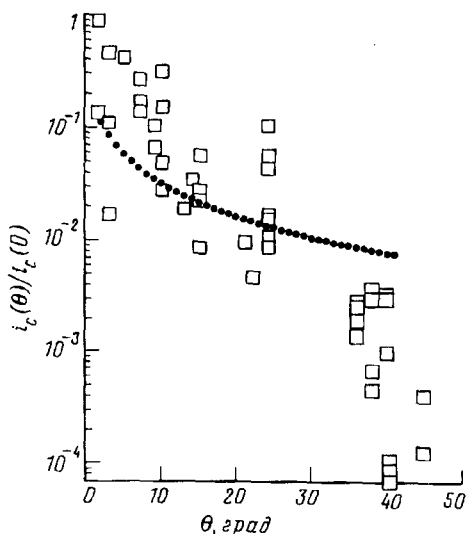


Рис.2. Сравнение теоретической угловой зависимости критического тока межзеренного джозефсоновского перехода (●) с экспериментальными данными (□) для переходов в  $YBa_2Cu_3O_7$ -пленках на бикристаллических подложках [6]

периодический "фон" (соответствующий их равновесной периодической конфигурации). Такие возмущения создаются дислокационными диполями, расположенными на межзеренной границе и имеющими характерный размер (расстояние между дислокациями противоположного знака)  $\sim \Delta$ . Если разброс значений  $\Delta$  велик, то компенсация напряжений диполей происходит лишь на большом расстоянии от границы ( $x \gg \Delta$ ). На таких расстояниях слабым периодическим "фоном" можно пренебречь и учитывать лишь напряжения от системы диполей. Наибольший вклад в напряжение в данной точке дают те диполи, которые расположены на ближайшем к рассматриваемой точке участке границы длиной порядка  $x$ . Эффективное число таких диполей есть  $N_{eff} \sim x/D$ . Средний случайный (по величине и знаку) вклад каждого такого диполя легко оценить с помощью соотношения (1):  $\delta\sigma_{xx} \approx 3\sigma_0 b\Delta/x^2$ . Тогда величина  $\sigma_1$ , определяющая разброс напряжений, создаваемых диполями, равна  $\sim \delta\sigma_{xx} \sqrt{N_{eff}} \sim (b\Delta/x^{3/2} D^{1/2})\sigma_0$ . Полагая  $b = a$  и учитывая связь между углом разориентации  $\theta$  и периодом  $D$  системы краевых дислокаций ( $D = a/[2\sin(\theta/2)]$ ), получаем

$$\sigma_1(x, \Delta, \theta) = C\sigma_0 \sqrt{\sin(\theta/2)} (a^{1/2} \Delta/x^{3/2}), \quad (6)$$

где  $C \sim 1$ . Более точный расчет дает  $C \approx 3,5$ .

Теперь, наконец, мы можем записать явное выражение для функции  $f_x(\sigma_{xx})$  распределения напряжений вблизи границы и (в соответствии с описанной выше схемой) рассчитать с ее помощью критический ток межзеренного джозефсоновского контакта. Нормированная (на отрезке  $-\sigma_1 < \sigma < \sigma_1$ ) функция распределения имеет вид  $f_x(\sigma) = (3/\sigma_1^3)\sigma(\sigma_1 - \sigma)$ , что позволяет записать введенную выше вероятность  $p(x)$  следующим образом:

$$p(x) = 3p_0(\sigma_c/\sigma_1)^2(1 - (\sigma_c/\sigma_1))^2[1 + (4/3)(\sigma_c/\sigma_1)(1 - \sigma_c/\sigma_1)], \quad (7)$$

где  $\sigma_1$  определяется соотношением (6).

Критический ток границы со случайной системой дислокаций Критический ток неоднородного джозефсоновского перехода определяется соотношением (4). Подставляя в него найденную выше функцию  $p(x)$ , получаем межзеренный критический ток на границе со случайной системой краевых дислокаций:

$$\langle i_c \rangle / i_0 = 27 \left[ \tilde{\gamma}(4, \mu) - \frac{2}{3} \tilde{\gamma}(11/2, \mu) - 3\tilde{\gamma}(7, \mu) + 4\tilde{\gamma}(17/2, \mu) - \frac{4}{3} \tilde{\gamma}(10, \mu) \right], \quad (8)$$

где

$$\tilde{\gamma}(\nu, \mu) = \int_0^1 x^{\nu-1} e^{-\mu x} dx, \quad \mu = \mu_0 [\sin(\theta/2)]^{1/3}, \quad \mu_0 = 4.6(a/\xi_N) [(\Delta/a)/(\sigma_c/\sigma_0)]^{2/3}.$$

При  $\theta \geq 5^\circ$  и разумном выборе параметра  $\mu_0$  (см. ниже)  $\mu \geq 10$ . Тогда основной вклад в сумму (8) вносит первое слагаемое  $\tilde{\gamma}(4, \mu) \approx 6/\mu^4$ . Это позволяет записать (8) в следующем, хотя и приближенном, но простом виде:

$$\langle i_c \rangle / i_0 \approx 160/\mu^4 = (160/\mu_0^4) [\sin(\theta/2)]^{-4/3}. \quad (9)$$

Средний критический ток перехода  $\langle i_c \rangle$  определяется единственным (не считая, разумеется, угла  $\theta$ ) параметром  $\mu_0$  (см. (8)). Полагая  $\sigma_c/\sigma_0 = 0.01$ ,  $\xi_N/a = 10$  и  $\Delta/a = 2$  (доводы в пользу такого выбора см в [3]), получаем  $\mu_0 \approx 16$ . Величина  $\langle i_c \rangle$  довольно сильно зависит от значения  $\mu_0$  (см. (9)). Этим можно объяснить наблюдаемый в многочисленных экспериментах довольно сильный разброс данных. Действительно, характеризуемая параметром  $\Delta$  степень случайности системы дислокаций на границе может в какой-то мере определяться особенностями ее структуры, которые связаны с технологическим процессом ее образования, чистотой исходных материалов, свойствами подложки (для пленочных структур) и т.д.

О степени согласия предлагаемой модели с экспериментом можно судить по рис.2, на котором наряду с расчетной угловой зависимостью критического тока межзеренного джозефсоновского перехода (для  $\mu_0 = 16$ ) представлены экспериментальные данные для джозефсоновских переходов в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  пленках на бикристаллических подложках [6]. Видно, что при углах разориентации  $\theta \leq 25^\circ$  сильно "разбросанные" экспериментальные данные в среднем неплохо описываются теоретической кривой. При углах же  $\theta \geq 40^\circ$  экспериментальные данные резко "уходят" вниз и, видимо, уже не могут быть описаны в рамках рассматриваемой модели. При таких углах взаимодействие сблизившихся дислокаций<sup>2)</sup> становится уже, вероятно, настолько сильным, что приводит, с

<sup>2)</sup>Для угла разориентации  $\theta = 40^\circ$  расстояние между дислокациями, формально вычисляемое по формуле  $D = a/[2\sin(\theta/2)]$ , равно  $1.3a$ , что сравнимо с размером дислокационных ядер. Конечно, говорить о применимости дислокационной модели в таких условиях уже не приходится.

одной стороны, к перестройке ядер дислокаций (а значит, и создаваемых ими полей напряжений), и, с другой стороны, – к появлению определенной корреляции в их расположении (что, конечно, не учитывалось выше, поскольку случайные положения дислокаций считались взаимно независимыми).

- 
1. M.F.Chisholm and S.J.Pennycook, *Nature* **351**, 47, (1991).
  2. S.E.Babcock and J.L.Vargas, *Annu. Rev. Mater. Sci.* **25**, 193, (1995).
  3. Е.З.Мейлихов, *ЖЭТФ* **110**, 1453, (1996).
  4. J.P.Hirth and J.Lothe, *Theory of Dislocations*, McGraw Hill, New York, (1968).
  5. D.Dimos, P.Chaudhari, J.Mannhart, and F.K.LeGoues, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1653, (1988).
  6. R.Gross, *Proc. Int. Conf. on Polycryst. Semicond.*, Saint Malo, (1993).
  7. M.St.Louis-Weber, V.P.Dravid, V.R.Todt, et. al., *Phys.Rev.B* **54**, No 21, (1996) (in print).
  8. S.Chandrasekhar, *Rev.Mod.Phys.* **15**, 1, (1943).