

ДИНАМИКА КАПЛИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.В.Лебедев, К.И.Морозов¹⁾

*Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Россия*

Поступила в редакцию 19 декабря 1996 г.

Сообщается о первом наблюдении распада вращающейся капли, взвешенной в вязкой жидкости. Для создания движения в качестве материала капли использовалась магнитная жидкость, и вся система помещалась в однородное вращающееся магнитное поле низкой частоты. Исследована частотная зависимость распада капли на две капли меньшего объема. Теоретическое описание выполнено в предположении малости чисел Рейнольдса, форма капли считалась эллипсоидальной. Рассчитано течение во внешней и внутренней областях и коэффициент сопротивления жидкого эллипсоида по отношению к вращательному движению. Сделана оценка критерия распада капли и проведено сопоставление с экспериментальными данными.

PACS: 47.32.-y; 47.55.Dz; 75.50.Mm

Исследование равновесных форм вращающихся объемов жидкости насчитывает более чем вековую историю [1]. Основная задача этих исследований состояла в описании формы планет, моделируемых гравитирующим объемом жидкости. Значительно позднее были рассмотрены возможные виды формы капель, возникающих при их вращении в результате конкуренции центробежных сил и характерных для жидкости сил поверхностного натяжения [2]. Экспериментальные исследования долгое время сдерживались сложностью создания вращающихся объемов жидкости. Несмотря на то, что с синтезированием магнитных жидкостей (МЖ) – коллоидных дисперсий магнетиков в обычных жидкостях [3] постановка опытов с вращающимися каплями стала достаточно очевидной, первая экспериментальная работа появилась лишь недавно [4]. В ней изучено поведение микрокапель во вращающемся магнитном поле высокой (до 500 Гц) частоты. Установлено, что форма капли может быть в виде вытянутого и сплюснутого эллипсоидов, в сильных же магнитных полях капля превращается в "морскую звезду" с большим – до нескольких десятков – количеством игл [4]. Последнее было интерпретировано в полной аналогии с хорошо известной задачей о неустойчивости плоской поверхности МЖ в нормальном магнитном поле [3]. Образцы, использованные в [4], выглядят в достаточной мере экзотическими из-за очень малых размеров капель (~ 10 мкм) и чрезвычайно низких значений поверхностного натяжения на границе раздела (~ 10⁻⁵ дин/см). Кроме того, вязкость капли на два порядка превосходила вязкость растворителя, так что с точки зрения рассматриваемой здесь задачи о вращательном движении жидкого объема исследованные в [4] капли были, фактически, твердыми частицами с пренебрежимо малым внутренним движением.

В настоящей работе экспериментально исследуется движение достаточно крупных (~ 1 мм) капель магнитной жидкости, взвешенных в растворе электролита и характеризующихся типичными для жидкости параметрами: поверх-

¹⁾ e-mail: morozov@psu.ac.ru

ностное натяжение на границе МЖ – раствор ~ 10 дин/см, вязкости обеих жидкостей одного порядка. При размещении образца во вращающемся магнитном поле нами было обнаружено новое интересное явление – при некоторой критической частоте капля делится на две равные части, которые, в свою очередь, могут распасться на капли еще меньшего объема при дальнейшем увеличении частоты поля.

В качестве материала капель использовалась концентрированная МЖ типа магнетит в керосине со следующими определенными из независимых экспериментов параметрами: вязкость $\eta_1 = 19$ сПз, плотность $\rho = 1.5$ г/см³, поверхностное натяжение на границе с воздухом $\sigma_1 = 27$ дин/см. Капли взвешивались в концентрированном водном растворе двухлористого цинка с вязкостью $\eta_2 = 3.5$ сПз, поверхностное натяжение раствора на границе с воздухом составляло $\sigma_2 = 54$ дин/см. В отсутствие поля капли, естественно, являются сферами радиусом R . В постоянном магнитном поле капли вытягиваются, а при низкочастотном вращении поля участвуют в простом вынужденном движении – длинные оси капель вращаются с угловой скоростью $\Omega = 2\pi f$, где f – частота поля, которая в наших опытах составляла $f \sim 1$ Гц, величина поля $G = 60$ Э, магнитная проницаемость капли $\mu = 7.1$. Движение вытянутой капли легко наблюдать визуально. С изменением частоты поля оно происходит без какого-либо видимого изменения формы. Внешне движение капли выглядит как твердотельное вращение, однако имеется существенная разница между вращением твердой и жидкой частиц. Данное различие особенно отчетливо, если каплю рассматривать во вращающейся со скоростью Ω системе координат. В случае жидкой капли внутри нее возникает течение с завихренностью, противоположной направлению вращения капли, такое, что скорость в любой точке на поверхности капли имеет нулевую нормальную составляющую.

Форма капли остается неизменной во всем интервале частот магнитного поля, меньших критической f_c . При достижении значения f_c капля скачкообразно вытягивается в несколько раз, превращаясь в "гантель". При дальнейшем увеличении частоты до значения f_* (которое, однако, настолько мало отличается от f_c , что различить обе величины нашими аппаратными средствами не представляется возможным) в системе устанавливается динамическое равновесие: капля-гантель делится на две равные части, имеющие ту же форму, что и исходная капля, эти отдельные капли совершают от одного до нескольких полуоборотов и снова сливаются в одну каплю-гантель, которая, в свою очередь, после нескольких оборотов снова делится на две и т.д.

В нашем эксперименте мы исследовали зависимость частоты f_* поля, при которой наблюдается распад капли, от ее диаметра d . Сначала приготавливалась исходная крупная капля, которая в дальнейшем уменьшалась частичной откачкой МЖ. На рис. 1 показаны опытные значения f_* , полученных в двух сериях экспериментов при различных начальных размерах – $d_1 = 6.1$ мм (треугольники на рис. 1) и $d_2 = 5.8$ мм (круги). Как видно из рисунка, падение f_* с увеличением размера капли происходит монотонным образом, однако само появление распада капли, по-видимому, имеет пороговый характер: при $d < 3$ мм капля остается единой для любых частот f внешнего поля.

Перейдем к теоретическому рассмотрению низкочастотного вращательного движения капли МЖ, взвешенной в вязкой жидкости. Задачу будем решать в приближении Стокса, считая форму капли эллипсоидом с полуосями $a \geq b \geq c$. Отношение любых двух из них является функцией безразмерных параметров задачи – магнитного числа Бонда $Bo = G^2 R / \sigma$ и частоты $\Omega \tau$, где σ – поверх-

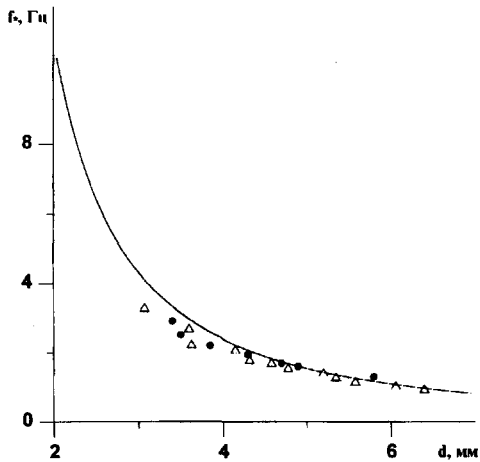


Рис.1. Критическая частота f_c разрыва капли в зависимости от ее диаметра. Сплошная кривая – результат расчета по формулам (6) и (8), символы – данные эксперимента

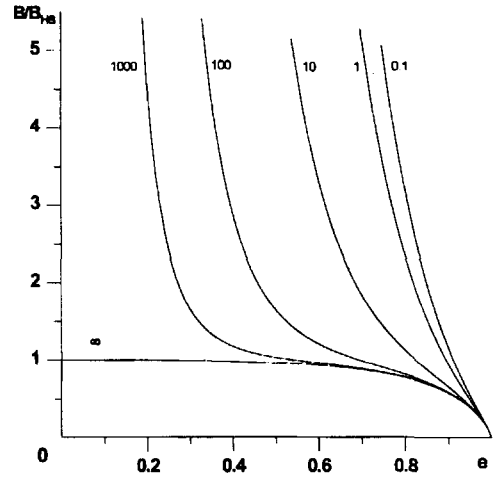


Рис.2. Подвижность жидкой капли B по отношению к подвижности B_{HS} твердой сферической частицы как функция эксцентриситета для шести значений η_1/η_2 , указанных у соответствующих кривых

ностное натяжение на границе МЖ – раствор, $\tau = \eta_1 R/\sigma$. Анализ выполним, полагая $Bo \geq 1$, $\Omega\tau \ll 1$, что отвечает экспериментальной ситуации. Второе неравенство выражает малость характерного времени релаксации формы капли τ по сравнению с периодом поля, то есть изменения поля могут считаться происходящими квазистатически. Форма капли поэтому является стационарной и определяется лишь одним параметром Bo в результате конкуренции магнитных и поверхностных напряжений – точно так же, как в постоянном магнитном поле [5]. Таким образом, капля в рассматриваемом приближении низких частот является эллипсоидом вращения ($a > b = c$). Последнее вполне согласуется с нашими наблюдениями в диапазоне частот от нуля до f_c . Здесь также отметим высокую точность аппроксимации формы капли МЖ в постоянном магнитном поле эллипсоидом вращения [5].

Уравнения движения во вращающейся системе координат для жидкости внутри капли (область 1) и снаружи (область 2) имеют вид

$$\eta_{1,2} \Delta \mathbf{v}^{(1,2)} = \nabla p_{1,2}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{v}^{(1,2)}$, $p_{1,2}$ – поля скоростей и давлений. Отсутствие объемных магнитных сил в правой части (1) связано с однородностью магнитного поля внутри капли. Система уравнений, подобная (1), рассматривалась в [6] при решении задачи о поведении эритроцита в сдвиговом потоке. По аналогии с [6] нашу задачу о жидкой капле можно свести к классической задаче Джеффри [7] о вращательном движении твердого эллипсоида. В самом деле, выберем оси вращающейся системы координат следующим образом: ось x – вдоль длинной оси эллипсоида, ось z пусть совпадает по направлению с вектором угловой скорости Ω . Тогда решение во внутренней и внешней областях имеет вид

$$v_x^{(1)} = -\nu y a/b, \quad v_y^{(1)} = \nu x b/a, \quad v_z^{(1)} = 0, \quad p_1 = \text{const}, \quad (2)$$

$$v_x^{(2)} = u_J - \nu y a / b, \quad v_y^{(2)} = v_J + \nu x b / a, \quad v_z^{(2)} = \omega_J, \quad p_2 = p_J, \quad (3)$$

где $v_J = (u_J, v_J, \omega_J)$ и p_J – поля скоростей и давления из задачи Джеффри [7] для неподвижного твердого эллипсоида, находящегося во внешнем течении с заданным на бесконечности тензором градиентов скоростей $\partial v_i / \partial x_k$, нетривиальные компоненты симметричной γ_{ik} , и антисимметричной, ω_{ik} частей которого равны

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right), \quad \omega_{12} = -\omega_{21} = \Omega + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right). \quad (4)$$

Величина ν , входящая в (2)–(4), есть подлежащий определению параметр, характеризующий интенсивность внутрикапельного движения. Обратим внимание, что у поля скоростей на поверхности эллипсоида (см. (2) и (3)) отличны от нуля лишь тангенциальные составляющие. Пользуясь точным решением [7], из (2) и (3) получим уравнение баланса вязких и магнитных напряжений, действующих на каплю:

$$\eta_2 (A_{12} - A_{21}) = (\mu - 1)^2 (n_2 - n_1) H_x H_y / 4\pi. \quad (5)$$

Здесь $A_{12} = 2(n_1 \gamma_{12} + b^2 n_3' \omega_{12}) / (a^2 n_1 + b^2 n_2) n_3'$; n_1 и n_2 – размагничивающие факторы вдоль осей x и y , соответственно; $n_3' = (n_2 - n_1) / (a^2 - b^2)$. Значения A_{21} получаются из A_{12} простой заменой $1 \leftrightarrow 2$, $a \leftrightarrow b$. Уравнение (5) определяет угол α отставания длинной оси эллипсоида (оси x) от направления внешнего поля G . Компоненты H_x и H_y однородного магнитного поля внутри эллипсоида равны [8]

$$H_x = G \cos \alpha / (1 + (\mu - 1) n_1), \quad H_y = G \sin \alpha / (1 + (\mu - 1) n_2). \quad (6)$$

Расчет ν выполним на основе закона сохранения энергии, для чего приравняем работу магнитных сил, совершаемую в единицу времени источником поля над каплей МЖ ($P_m = MV = \eta_2 (A_{12} - A_{21}) \Omega V$, где M – момент магнитных или вязких сил, действующих на каплю, V – ее объем), и мощность, диссипируемую внутри и снаружи капли. Опуская простые, но громоздкие выкладки, для определения ν получим уравнение

$$\frac{a}{b} A_{12} - \frac{b}{a} A_{21} = \nu \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^2 \left(1 - \frac{\eta_1}{\eta_2} \right). \quad (7)$$

Как видно из соотношений (4), (5) и (6), момент магнитных сил M , действующих на каплю, связан со скоростью вращения длинной оси Ω линейной зависимостью. Вводя отношение $B = \Omega / M$, определим вращательную подвижность жидкой эллипсоидальной частицы. На рис. 2 приведены рассчитанные значения подвижности B капли, отнесенные к $B_{HS} = (6\eta_2 V)^{-1}$ – подвижности твердой сферической частицы того же объема, в зависимости от эксцентриситета $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ эллипсоида. Подвижности вычислены для пяти значений отношения η_1 / η_2 : 0.1; 1; 10; 100 и 1000, которые указаны возле соответствующих кривых. Твердому эллипсоиду отвечает предел $\eta_1 / \eta_2 \rightarrow \infty$ и $\nu = 0$ (внутреннее движение отсутствует). Подвижность частицы для этого случая определяется формулой Джеффри [7] (см. также [9]). Из анализа рис. 2 следует, что вращения жидкого и твердого эллипсоидов существенно отличны друг от друга, особенно при малой вытянутости капли. Это связано с тем, что

отношение вязкостей внутри и вне капли входит в соотношение (6) вместе с четвертой степенью эксцентриситета. В результате при $e \rightarrow 0$ (слабовытянутые частицы) вращательная подвижность капель неограниченно возрастает при любом конечном значении η_1/η_2 в отличие от случая твердого эллипсоида, когда величина B стремится к своему пределу B_{HS} . Это означает, что уже бесконечно слабого поля достаточно, чтобы вызвать видимое вращение капли с конечной скоростью Ω . Напомним, что под вращением капли мы понимаем вращение ее длинной оси в лабораторной системе координат. Скорости же материальных частиц вблизи поверхности капли, конечно, неограниченно убывают при $e \rightarrow 0$.

До сих пор мы рассматривали движение капли при частотах поля, меньших f_* . Изучение динамики при $f \sim f_*$, когда возникают большие деформации и разрыв капли, требует постановки и решения чрезвычайно сложной задачи устойчивости. Однако само значение f_* можно сравнительно просто оценить из энергетических соображений. Действительно, пусть $\Delta E = E_2 - E_1$ - разность полной (поверхностной и магнитной) энергии двух равных малых капель и одной большой. Увеличение энергии при разрыве капли на величину ΔE происходит за счет работы A источников магнитного поля, для которой приближенно запишем $A \approx 2\pi M$, где последняя величина есть энергия, диссипируемая за один период вращения поля в системе с одной каплей. При $f = f_*$, $\Delta E \approx A$, так что для определения критической частоты имеем

$$f_* = \frac{G^2 \Delta E}{4\pi\eta_2} \frac{a^2 n_1 + b^2 n_2}{a^2 + b^2 + 2ab\nu/\Omega}. \quad (8)$$

Теоретическая кривая $f_* = f_*(d)$ показана на рис. 1 сплошной линией и рассчитана по (8) и (6) с учетом известной зависимости $e = e(B_0)$ [5] и указанных выше значений параметров η_1 , η_2 , μ , G . Поверхностное натяжение σ на границе раствор - МЖ вычислялось по правилу Антонова [10]: $\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = 27$ дин/см. Не переоценивая значимости соотношения (8), тем не менее отметим удивительное согласие между рассчитанными величинами f_* и данными нашего опыта. Теоретическая кривая на рис. 1, однако, не описывает пороговый характер распада капли при уменьшении ее объема, что может быть связано как с упрощенным характером оценки (8), так и с неадекватностью приближения Стокса в области высоких частот магнитного поля.

Авторы выражают искреннюю признательность А.Ф.Пшеничникову за полезные замечания и обсуждение результатов работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-01-00408).

-
1. Г.Ламб, *Гидродинамика*, М.: Гостехиздат, 1947 (H.Lamb, *Hydrodynamics*, Dover, New York, 1945).
 2. S.Chandrasekhar, *Proc. R. Soc. A* **286**, 1 (1965).
 3. М.И.Шлиомис, *УФН* **112**, 427 (1974).
 4. J.-C.Bacri, A.Cebers, and R.Perezynski, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2705 (1994).
 5. J.-C.Bacri and D.Salin, *J. Physique Lett.* **43**, 649 (1982).
 6. S.R.Keller and R.Skalak, *J. Fluid Mech.* **120**, 27 (1982).
 7. G.V.Jeffrey, *Proc. R. Soc. A* **102**, 161 (1922).
 8. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1992.
 9. В.Н.Покровский, *Статистическая механика разбавленных суспензий*, М.: Наука, 1978.
 10. Ю.Г.Фролов, *Поверхностные явления и дисперсные системы*, М.: Химия, 1989.