Письма в ЖЭТФ, том 65, вып.5, стр.391 - 396 © 1997г. 10 марта

К ТЕОРИИ ЛОРЕНЦЕВОЙ ИОНИЗАЦИИ

Б.М.Карнаков[1], *В.Д.Мур*, *В.С.Попов**

Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет)
115409 Москва, Россия

**Институт теоретической и экспериментальной физики*
117259 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 января 1997 г.

В квазиклассическом приближении рассчитана вероятность лоренцевой ионизации w_L, возникающей при движении атома или иона в постоянном магнитном поле. Рассмотрены нерелятивистский ($v \lesssim e^2/\hbar = 1$, v – скорость атома) и ультрарелятивистский ($v \to c = 137$) случаи и найден фактор стабилизации S, учитывающий влияние магнитного поля на туннелирование электрона.

PACS: 03.65.-w, 32.60.+i

1. Когда атом или ион влетает в магнитное поле, то в его системе покоя K_0 возникает вследствие преобразования Лоренца электрическое поле $\mathcal{E}_0$, вызывающее ионизацию атома; этот процесс получил название лоренцевой ионизации. Мы рассмотрим квазиклассическую теорию лоренцевой ионизации и получим формулы для вероятности w_L, которые являются асимптотически точными в области слабых ($\epsilon, h \ll 1$) полей. Далее, как правило, используются атомные единицы $\hbar = e = m_e = 1$ и "приведенные" напряженности внешних полей:

$$\epsilon = \mathcal{E}_0/\kappa^3\mathcal{E}_a, \quad h = \mathcal{H}_0/\kappa^2\mathcal{H}_a,$$

где $\kappa = \sqrt{-2E_0}$ (E_0 – энергия атомного уровня), $\mathcal{E}_a = 5.14 \cdot 10^9$ В/см и $\mathcal{H}_a = 2.35 \cdot 10^9$ Гс. Здесь мы ограничимся наиболее важным случаем ионизации s-уровня ($l = 0$).

2. Если атом движется со скоростью v под углом φ к направлению магнитного поля $\mathcal{H}$, то в его системе покоя действуют поля $\mathcal{E}_0$ и $\mathcal{H}_0$:

$$\mathcal{E}_0 = q\mathcal{H} = (\Gamma^2 - 1)^{1/2} \sin\varphi \cdot \mathcal{H},$$

$$\mathcal{H}_0 = (1 + q^2)^{1/2}\mathcal{H} = (\Gamma^2 \sin^2\varphi + \cos^2\varphi)^{1/2}\mathcal{H}, \tag{1}$$

$\mathcal{E}_0 \perp \mathcal{H}_0$, где $q = p_\perp/mc$, $p_\perp$ – поперечный (относительно поля $\mathcal{H}$) импульс частицы и $\Gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ – лоренц-фактор. Важным физическим параметром, определяющим подбарьерное движение электрона, является[2] $\gamma_L = \omega_c/\omega_t$, где $\omega_c = e\mathcal{H}_0/m_ec$ – ларморовская, или циклотронная частота, $\omega_t = \mathcal{E}_0/\kappa$ – частота туннелирования в электрическом поле [3, 4]:

$$\gamma_L = \frac{\kappa\mathcal{H}_0}{c\mathcal{E}_0} = \frac{\kappa}{v}\left(1 + \frac{\mathrm{ctg}^2\varphi}{\Gamma^2}\right)^{1/2}, \tag{2}$$

---

[1] e-mail: karnak@theor.mephi.msk.su

[2] Отметим, что этот параметр аналогичен известному параметру Келдыша [1, 2] $\gamma = \omega/\omega_t$ в теории многофотонной ионизации атомов лазерным светом с частотой ω.

где скорость v выражена в атомных единицах $e^2/\hbar = 2.19 \cdot 10^8$ см/с. Для нерелятивистских частиц $\mathcal{E}_0/\mathcal{H}_0 = v_\perp/c \ll 1$, а $\gamma_L = \kappa/v_\perp$ может принимать любые значения. В то же время, в случае ультрарелятивистских, $\Gamma \gg 1$, частиц $\mathcal{E}_0/\mathcal{H}_0 = 1-(2q^2)^{-1} \to 1$ и в системе K_0 возникают скрещенные поля, то есть $\mathcal{E}_0 \perp \mathcal{H}_0$ и $\mathcal{E}_0 = \mathcal{H}_0$. При этом $\mathcal{E}_0$ может во много раз превышать исходное магнитное поле $\mathcal{H}$, а параметр

$$\gamma_L = \frac{\kappa}{137}[1+(2\Gamma^2\sin^2\varphi)^{-1}] \ll 1.$$

Используя квазиклассическое решение [3, 4] задачи об ионизации атома в электрическом и магнитном полях, полученное с помощью метода "мнимого времени" [5], для вероятности лоренцевой ионизации (в лабораторной системе K) находим:

$$w_L = \Gamma^{-1}\kappa^2 A_\kappa^2 \left(\frac{\epsilon}{2}\right)^{1-2\eta} P(\gamma_L)[Q(\gamma_L)]^\eta \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{2}{3\epsilon}g(\gamma_L)\right\}. \tag{3}$$

Здесь A_κ – асимптотический коэффициент на бесконечности волновой функции в свободном ($\mathcal{E} = \mathcal{H} = 0$) атоме, см. формулу (9) в [4], $\eta = Z/\kappa$ – параметр Зоммерфельда, Z – заряд атомного остова[3]),

$$\epsilon = \mathcal{E}_0/\kappa^3 = \Gamma\frac{v_\perp h}{137\kappa}, \tag{4}$$

$$g(\gamma) = \frac{3\tau_0}{2\gamma}\left[1 - \frac{\sqrt{\tau_0^2-\gamma^2}}{\gamma^2}\right], \tag{5}$$

$$P(\gamma) = \frac{\gamma^2}{\tau_0}\left[\left(\frac{\mathrm{sh}\tau_0}{\tau_0}+\frac{\tau_0}{\mathrm{sh}\tau_0}\right)\mathrm{ch}\tau_0 - 2\right]^{-1/2}, \tag{5a}$$

$$Q(\gamma) = \left(\frac{\tau_0}{2\gamma}\right)^2 \exp\left(2\int_0^{\tau_0} d\tau \left\{\frac{\gamma}{\tau_0}\left[\left(\frac{\mathrm{ch}\tau_0-\mathrm{ch}\tau}{\mathrm{sh}\tau_0}\right)^2 - \left(\frac{\mathrm{sh}\tau}{\mathrm{sh}\tau_0}-\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2\right]^{-1/2} - \frac{1}{\tau_0-\tau}\right\}\right), \tag{5b}$$

и, наконец, $\tau_0 = \tau_0(\gamma)$ определяется из уравнения

$$\tau_0^2 - (\tau_0\mathrm{cth}\tau_0 - 1)^2 = \gamma^2 \tag{6}$$

(см. рис.1). Отметим, что τ_0 имеет простой физический смысл $\tau_0 = -i\omega_c t_0$, где t_0 – начальный (чисто мнимый) момент подбарьерного движения, которое заканчивается при $t = 0$, когда электрон выходит из-под барьера. Множитель Γ^{-1} в (3) учитывает эффект замедления времени при переходе от системы покоя K_0 в систему K.

Функции g, P и Q, рассчитанные по приведенным выше формулам, показаны на рис.2. Заметим, что фактор $(\epsilon/2)^{-2\eta}Q^\eta$ в (3) происходит от учета

[3]) $Z = 1$, 0 и 2, соответственно в довольно узких пределах: для нейтрального атома и однозарядных отрицательного и положительного ионов. Для основного состояния атома водорода $\kappa = \eta = 1$ и $A_\kappa = \sqrt{2}$. Отметим, что для внешних s-электронов в нейтральных атомах коэффициент A_κ изменяется в довольно узких пределах: от $A_\kappa = 1.31$ для атома Cs до $A_\kappa = 1.72$ для Hg. Таким образом, вероятность w_L в основном определяется энергией связи уровня.

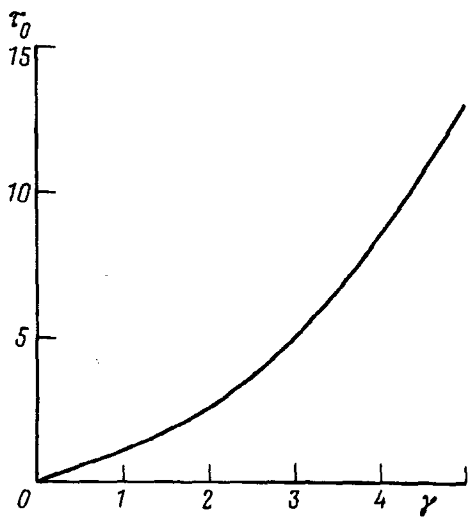

Рис.1. Зависимость τ_0 от γ согласно уравнению (6)

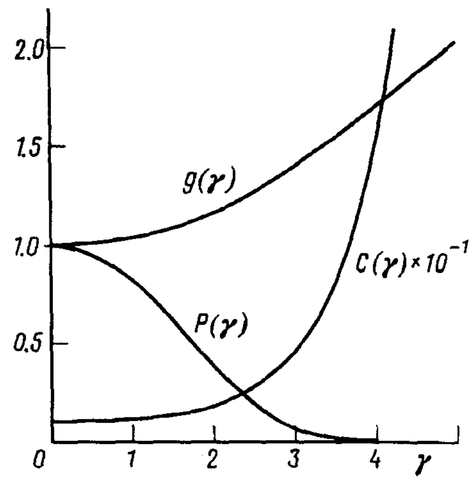

Рис.2. Графики функций, входящих в формулу (3); при этом $C(\gamma) \equiv \sqrt{Q(\gamma)}$

кулоновского взаимодействия между вылетающим электроном и атомным остовом (для отрицательных ионов типа H^-, He^- и других он обращается в единицу, поскольку $Z = \eta = 0$). Как следует из рис.2, этот (кулоновский) фактор значительно повышает вероятность ионизации w_L, особенно в случае $\gamma_L \gg 1$. Предэкспоненциальный множить $P(\gamma_L)$ возникает в результате суммирования вкладов в вероятность туннелирования от пучка подбарьерных траекторий, близких к экстремальной (см. уравнение (3) в [4]), и действует в противоположную сторону. Хотя функции $P(\gamma)$ и $Q(\gamma)$ изменяются более резко, чем $g(\gamma)$, вероятность w_L наиболее чувствительна к изменению именно $g(\gamma_L)$, поскольку эта функция входит в (3) в экспоненте, и притом с большим коэффициентом $2/3\epsilon$.

Вероятность лоренцевой ионизации удобно записать в виде

$$w_L = \Gamma^{-1} S w(\mathcal{E}_0), \tag{7}$$

где $w(\mathcal{E}_0)$ - вероятность ионизации s-уровня под действием одного только электрического поля $\mathcal{E}_0$, а S - "фактор стабилизации", учитывающий подавление распада связанного состояния магнитным полем:

$$S = P(\gamma_L)[Q(\gamma_L)]^\eta \exp\{-h^{-1} f(\gamma_L)\}, \tag{8}$$

где

$$f(\gamma) = \frac{2}{3}\gamma[g(\gamma) - 1] = \begin{cases} \frac{\gamma^3}{45}\left(1 + \frac{11}{252}\gamma^2 + \dots\right), & \gamma \ll 1 \\ \frac{\gamma^2}{4}\left(1 - \frac{8}{3\gamma} + \frac{2}{\gamma^2} + \dots\right), & \gamma \gg 1 \end{cases}, \tag{9}$$

$$PQ^\eta = \begin{cases} 1 + \frac{2}{9}\left(\eta - \frac{3}{4}\right)\gamma^2 + \dots, & \gamma \ll 1 \\ 0.177 \exp\left\{-\left[\frac{1}{2}\gamma^2 - \pi\eta\gamma + (2\eta - 1)(\ln\gamma + 2.27)\right]\right\}, & \gamma \gg 1 \end{cases}. \tag{10}$$

Для медленных частиц фактор стабилизации экспоненциально мал:

$$S \approx \exp\left\{-\frac{1}{4h}\left(\frac{\kappa}{v_\perp}\right)^2\right\}, \quad v \ll \kappa \tag{11}$$

(при этом $\gamma \ll 1$). Однако он быстро увеличивается с ростом скорости атома и приближается к единице при $v \gg 0.3\kappa h^{-1/3}$, когда $\gamma \ll 3.5h^{1/3}$:

$$S = 1 - \frac{1}{45h}\left(\frac{\kappa}{v_\perp}\right)^3(1+2h) + \ldots \tag{12}$$

3. Численный расчет дает для S кривые рис.3, из которого видно, что $S \ll 1$ в случае достаточно "слабых" магнитных полей, а также при $\gamma_L \gtrsim 1$. Влияние кулоновского взаимодействия на величину S становится заметным при $\gamma_L > 1.5$ (сравните сплошные и штриховые кривые на рис.3, относящиеся к одним и тем же значениям параметра γ_L). Предэкспоненциальный множитель $P(\gamma_L)$ резко уменьшает вероятность ионизации, если $\gamma_L > 10$.

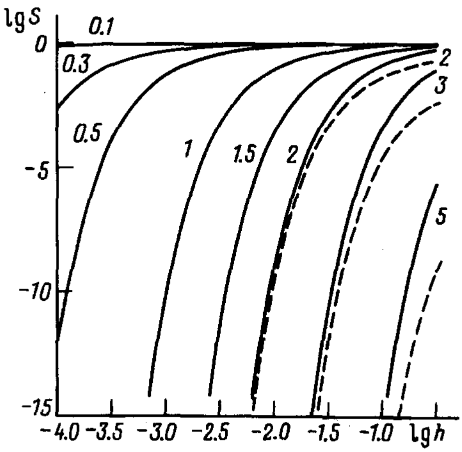

Рис.3. Фактор стабилизации S: сплошные кривые – для основного состояния атома водорода ($\kappa = \eta = 1$), штриховые кривые – для отрицательного иона с $\kappa = 1$, $\eta = 0$. У кривых указаны значения параметра γ_L

Статические магнитные поля, полученные в лабораторных условиях, не превышают 1 МГс. Метод магнитной кумуляции (то есть сжатие аксиального магнитного поля с помощью взрыва), предложенный Сахаровым в 1951 г. [6], позволил достичь рекордных значений $\mathcal{H} = 25$ МГс в СССР [6, 7] и $\mathcal{H} = 15$ МГс в США [8]. Дальнейший прогресс в этой области позволяет ожидать достижения полей $3 \cdot 10^7 \div 10^8$ Гс [9]. Исходя из этого, мы вычислили фактор стабилизации S для атома водорода, см. таблицу, в которой магнитное поле выражено в МГс, скорость v – в атомных единицах, $\varphi = \pi/2$ и используется обозначение $a(b) \equiv a \cdot 10^b$. Из таблицы видно, что в рассматриваемой области значений $\mathcal{H}$ и v происходит резкий переход от экспоненциального подавления (11) вероятности w_L к случаю (12), когда влиянием магнитного поля уже можно пренебречь. Для быстрых ($v \gtrsim 10\kappa$ и тем более при $\Gamma \gg 1$) частиц фактор $S \approx 1$, то есть ионизация атомного уровня происходит практически с той же скоростью, что и в случае чисто электрического поля $\mathcal{E}_0$. Этим лоренцева ионизация при $\Gamma \gg 1$ отличается от известной задачи о рождении пар из вакуума, вероятность которого в случае скрещенных полей обращается в нуль тождественно [10].

$\mathcal{H}$ \ v	1.0	1.25	2	10
1	2.2(−24)	1.2(−12)	1.38(−3)	0.950
10	4.53(−3)	6.63(−2)	0.524	0.995
25	0.119	0.345	0.779	0.9985
50	0.355	0.598	0.889	0.9995

Приведем численные оценки. При $\mathcal{H} < 1$ МГс атом, по существу, стабилен, так как электрическое поле $\mathcal{E}_0$ слишком мало ($\mathcal{E}_0 < 0.01$ при $\Gamma < 25$). В области $\mathcal{H} > 10$ МГс лоренцева ионизация может наблюдаться, если скорость v не очень мала. Так, при $\mathcal{H} = 25$ МГс получим: $w_L \approx 10^{-9}$; $7 \cdot 10^{-4}$; $1.5 \cdot 10^5$; 10^{13} и $3 \cdot 10^{15}\,\text{с}^{-1}$, соответственно для $v = 1$; 1.25; 2; 5 и 10 а.е. Таким образом, в этом интервале скоростей ситуация меняется от практически полной стабильности атома до ионизации его за время, сравнимое с атомным.

4. В заключение сделаем несколько замечаний.

а) Рассмотренная выше теория может быть обобщена на состояния с $l \neq 0$. При этом экспоненциальный множитель в (3) сохраняет свой вид, но предэкспонента существенно изменяется.

б) Обобщая метод мнимого времени на релятивистский случай, можно рассмотреть ионизацию уровня, энергия связи которого сравнима с $m_e c^2$. С учетом поправок порядка α^2 вероятность ионизации в случае взаимно перпендикулярных полей $\mathcal{E}$ и $\mathcal{H}$ равна

$$w(\mathcal{E}, \mathcal{H}) \propto \exp\left\{-\frac{2}{3\epsilon}(1 - c_1\alpha^2\kappa^2)\right\} \tag{13}$$

(с экспоненциальной точностью), где

$$c_1 = -\frac{1}{30}\left[\frac{9}{4} - \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{E}}\right)^2\right], \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}. \tag{13a}$$

В частности, $c_1 = 3/40$ для чисто электрического поля, $c_1 = 1/24$ для скрещенных полей. В этих случаях релятивистская поправка слегка увеличивает вероятность ионизации.

Отметим, что главный $(-2/3\epsilon)$ член в экспоненте (13) определяется только электрическим полем и не зависит от $\mathcal{H}$. Иная ситуация возникает, когда уровень приближается к границе нижнего континуума[4)]. Этот вопрос мы отложим до более подробной публикации.

в) Для отрицательных ионов и ридберговских состояний атомов параметр $\kappa \ll 1$; так, $\kappa = 0.236$ и 0.075 для H^- и He^-, $\kappa = 1/n$ для возбужденных состояний атома водорода с главным квантовым числом n. Слабо связанные состояния с $\kappa \ll 1$ встречаются также в физике твердого тела, например, экситоны Ванье–Мотта в полупроводниках ($\kappa \sim 0.01$ для кристалла германия) и др. В этих случаях для ионизации уровня требуются существенно меньшие поля[5)], чем приведенные выше для атома водорода, что, несомненно, облегчает постановку эксперимента.

Авторы благодарны Ю.Н.Демкову за полезное обсуждение в ходе работы, а также С.Г.Позднякову и А.В.Сергееву за помощь в численных расчетах.

[4)]Это может осуществляться [11,12] в сверхтяжелых ($Z \sim Z_{cr} = 173$) атомах, либо при столкновении двух тяжелых ядер ($Z_1 + Z_2 > Z_{cr}$).

[5)]Характерные напряженности внешних полей $\sim \kappa^3\mathcal{E}_a$ и $\kappa^2\mathcal{H}_a$ при $\kappa \ll 1$ значительно меньше атомных полей.

1. Л.В.Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
2. Н.Б.Делоне, В.П.Крайнов, *Атом в сильном световом поле*, М.: Энергоиздат, 1984.
3. Л.П.Котова, А.М.Переломов, В.С.Попов, ЖЭТФ **54**, 1151 (1968).
4. В.С.Попов, А.В.Сергеев, Письма в ЖЭТФ **63**, 398 (1996).
5. А.М.Переломов, В.С.Попов, М.В.Терентьев, ЖЭТФ **50**, 1393; **51**, 309 (1966).
6. А.Д.Сахаров, Р.З.Людаев, Е.Н.Смирнов и др., ДАН СССР **196**, 65 (1965).
7. А.Д.Сахаров, *Научные труды*, М.: Центрком, 1995.
8. D.Bitter, Sci. American **213**, 65 (1965).
9. А.И.Павловский, в сб. [7], стр.85.
10. J.Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).
11. Я.Б.Зельдович, В.С.Попов, УФН, **105**, 403 (1971).
12. W.Greiner, B.Müller, and J.Rafelski, *Quantum Electrodynamics of Strong Fields*, Springer, Berlin, 1985.