Письма в ЖЭТФ, том 67, вып.1, стр.87 - 88

ОТВЕТ АВТОРОВ

В.А.Белинский, Б.М.Карнаков, В.Д.Мур, Н.Б.Нарожный

Поступила в редакцию 17 декабря 1997 г.

PACS: 03.70.+k, 04.70.Dy

Граничное условие (7) в нашей работе [1] не является условием на световом конусе. Чтобы убедиться в этом, достаточно взглянуть на формулы (8) в [1], связывающие координаты Минковского и Риндлера. Из них следует, что временная ось в пространстве Риндлера ($\rho = 0$, η конечно и произвольно) отображается в одну единственную точку в пространстве Минковского, а именно в начало координат $t = z = 0$.

Точка $\rho = 0$ является граничной в ПР для любой поверхности Коши, в качестве которой можно взять, например, "пространственно-подобную" поверхность $\eta = \text{const}$. В ПМ такой поверхности соответствует луч, исходящий из начала координат и лежащий вне светового конуса. Что же касается поверхностей светового конуса в ПМ $z^2 - t^2 = 0$, $z \neq 0$, $t > 0 (< 0)$, то им в ПР соответствуют точки $\rho = 0$, $\eta = \pm\infty$ и граничные условия в них для нашего рассмотрения несущественны.

Как показано в нашей работе, условие (7), возникающее в вершине светового конуса, обеспечивает самосопряженность оператора $G(\rho)$ (2) в [1] (случай предельной точки [2]), необходимую для решения задачи Коши методом Фурье и, следовательно, при квантовании поля, см. ур. (6) в [1]. Поясним это утверждение на конкретном примере.

Условие (7) для квантованного поля $\phi_R(\rho, \eta)$ следует, строго говоря, понимать как утверждение относительно матричных элементов этого оператора, например, для одночастичной амплитуды $\phi_f(\rho, \eta) = \langle 0_R | \phi_R(\rho, \eta | f \rangle$, где $|f\rangle = c^+(f)|0_R\rangle$ и $c^+(f) = \int_0^\infty d\mu f(\mu) c_\mu^+$.

Рассмотрим одночастичную амплитуду, для которой $\mathrm{Re}\phi_f(\rho, \eta) = m^{1/2} e^{-m\rho \mathrm{ch}\eta}$. Она удовлетворяет уравнению КФГ, но не удовлетворяет граничному условию. Весовая функция f_μ, являющаяся трансформантой Конторовича – Лебедева такой амплитуды, равна $f_\mu = 2m^{1/2}/(\mathrm{sh}\mu)^{1/2}$. Следовательно $\int_0^\infty |f(\mu)|^2 d\mu$ расходится на нижнем пределе, так что одночастичное состояние $|f >$ физически нереализуемо. Если же граничное условие $\phi_f(0, \eta) = 0$ выполняется, то справедливо равенство Парсеваля [3]

$$\int_0^\infty |\phi_f(\rho, \eta)|^2 \frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{2} \int_0^\infty |f_\mu|^2 \frac{d\mu}{\mu} \tag{1}$$

и соответствующее одночастичное состояние заведомо нормируемо.

Наконец, следуя логике параграфа 12 монографии [4], вычислим матричный элемент

$$\langle 0_M | c^+(f) c(f) | 0_M \rangle = \int_0^\infty \frac{d\mu}{(e^{2\pi\mu} - 1)} |f_\mu|^2. \tag{2}$$

Если этот матричный элемент конечен, то согласно (1) должно выполняться граничное условие $\phi_f(0,\eta) = 0$. Это означает, что пространства Риндлера и Минковского физически никак не связаны, так что вычисление матричного элемента в (2) бессмысленно. Последнее утверждение является одним из центральных пунктов нашей работы [1] и оправдывает ее название и выводы.

---

1. В.А.Белинский, Б.М.Карнаков, В.Д.Мур, Н.Б.Нарожный, Письма в ЖЭТФ **65**, 861 (1997).
2. В.А.Диткин, А.П.Прудников. Интегральные преобразования и операционное исчисление, М.: ФМ, 1961.
3. Р.Д.Рихтмайер. Принципы современной математической физики, М.: Мир, 1982.
4. А.А.Гриб, С.Г.Мамаев, В.М.Мостепаненко. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях, М.: Энергоатомиздат, 1988.