

ЭФФЕКТ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ КОГЕРЕНТНОМ ТРАНСПОРТЕ ЭЛЕКТРОНОВ В КВАНТОВЫХ НИТЯХ

В.А.Сабликов¹⁾, Б.С.Щамхалова

Институт радиотехники и электроники РАН
141120 Фрязино, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 16 декабря 1997 г.

Найдена модель, позволяющая точно (в рамках метода бозонизации) учесть кулоновское взаимодействие при переносе электронов в квантовых нитях конечной длины с токовыми контактами. Установлено, что реальное кулоновское взаимодействие приводит к сильному изменению распределения зарядовой плотности вдоль нити по сравнению с моделью латтинджеровской жидкости, в которой взаимодействие считается короткодействующим. Плотность заряда вблизи контактов оказывается значительно большей, чем в модели с короткодействием, однако при удалении от контактов обе плотности сближаются.

PACS: 71.10.Pm, 72.30.+q, 73.23.-b

1. Электронный транспорт в квантовых нитях мезоскопической длины вызывает большой интерес как у экспериментаторов [1–3], так и у теоретиков [4–12], поскольку в транспортных характеристиках (таких, как кондактанс или адмитанс) должны проявляться эффекты электрон-электронного взаимодействия, которое в мезоскопических системах оказывается принципиально важным. Наиболее распространённый подход при анализе эффектов электрон-электронного взаимодействия основан на модели латтинджеровской жидкости, которая позволяет вычислить кондактанс в случае межэлектронного короткодействия. При этом в теории возникает параметр g , описывающий обусловленную взаимодействием перенормировку скорости распространения зарядовых волн. Вообще говоря, величина g является функцией волнового вектора p бозонных возбуждений, которая оценивается как

$$g(p) = (1 + V_p/\pi v_F)^{-1/2},$$

где V_p – фурье-образ потенциала взаимодействия, v_F – фермиевская скорость (здесь и далее положено $\hbar = 1$). Предположение о короткодействии означает, что величина g считается константой: $g(p) \approx g(p = 0)$.

В действительности, однако, кулоновский потенциал является дальнодействующим. Часто считается, что предположение о короткодействии оправдывается благодаря наличию в исследуемых структурах хороших проводников (полевых электродов и токоподводящих контактов), экранирующих межэлектронное взаимодействие [13]. На самом же деле это не так: экранирующее действие этих проводников состоит в том, что на них наводятся заряды изображения, в результате чего взаимодействие между электронами приобретает дипольный или, вообще говоря, мультипольный характер, но при этом зависимость V_p от p остается существенной. В условиях кулоновского дальнодействия зарядовые волны рассматривались Шульцем [14] для бесконечного одномерного проводника, для которого потенциал взаимодействия является функцией только от расстояния между электронами $V(x, x') = V(|x - x'|)$.

¹⁾ e-mail: vas199@ire216.msk.su

В этом случае получается закон дисперсии волн заряда, подобный дисперсии одномерных плазмонов в приближении случайных фаз. Однако, как недавно было выяснено [4–7], принципиально важным оказывается тот факт, что в реальных мезоскопических структурах квантовая нить имеет конечную длину и электроны в ней взаимодействуют с токоподводящими электродами. В такой ситуации потенциал парного взаимодействия $V(x, x')$ зависит от координат x и x' взаимодействующих электронов отдельно.

Таким образом, при исследовании фазовокогерентного транспорта электронов в мезоскопических квантовых нитях необходимо учитывать как нелокальность межэлектронного взаимодействия, так и наличие токоподводящих электродов. Решению этой задачи и посвящена настоящая работа. Мы нашли точно решаемую в рамках метода бозонизации модель, учитывающую кулоновское взаимодействие электронов в квантовой нити с идеально проводящими токовыми контактами.

2. Рассмотрим потенциал взаимодействия электронов в квантовой нити (канале) длиной L , соединяющей две массивные области, служащие токоподводящими электродами. Поскольку нас интересует поведение электронов в нити, проводимость электродов будем считать идеальной, а характерные времена электронных процессов в них малыми по сравнению со временем пролета электронов в канале. Тогда электроды можно считать эквипотенциальными. Электроны, находящиеся в канале, взаимодействуют друг с другом как непосредственно, так и с участием зарядов, наводимых ими на поверхностях электродов. Электронную плотность $\rho(\mathbf{r})$ в канале представим в виде

$$\rho(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}_\perp)\rho(x), \quad (1)$$

где $\chi(\mathbf{r}_\perp)$ – нормированная на единицу функция от радиальной координаты, $\rho(x)$ – функция от координаты вдоль канала.

Энергия межэлектронного взаимодействия W определяется интегралом от произведения плотности заряда $\rho(\mathbf{r})$ на потенциал, создаваемый в этой точке \mathbf{r} зарядом, расположенным в точке \mathbf{r}' :

$$W = \frac{2\pi e^2}{\epsilon} \int d^3r \rho(\mathbf{r}) \int d^3r' \rho(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (2)$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – решение уравнения

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (3)$$

с граничными условиями $G(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}') = 0$ на поверхности электродов ($\mathbf{r} = \mathbf{r}_s$); ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества вне канала.

Проводя преобразование Фурье по \mathbf{r}_\perp и используя уравнения (1), (2) и (3), получаем

$$W = \frac{1}{2} \int \int dx dx' \rho(x) \rho(x') U(x, x'), \quad (4)$$

где

$$U(x, x') = \frac{e^2}{\pi\epsilon} \int d^2q |\chi_q|^2 G_q(x, x'), \quad (5)$$

χ_q – фурье-образ функции $\chi(\mathbf{r}_\perp)$, $G_q(x, x')$ – решение уравнения

$$(d^2/dx^2 - q^2)G_q(x, x') = -\delta(x - x').$$

Если для конкретности предположить, что поверхности электронных резервуаров, служащих электродами, представляют собой параллельные плоскости, перпендикулярные каналу, то несложные вычисления дают:

$$G_q(x, x') = \frac{L}{qL \operatorname{sh}(qL)} \begin{cases} \operatorname{sh}[q(L/2 + x)] \operatorname{sh}[q(L/2 - x')], & \text{если } x < x', \\ \operatorname{sh}[q(L/2 - x)] \operatorname{sh}[q(L/2 + x')], & \text{если } x > x'. \end{cases} \quad (6)$$

Определенный уравнениями (5) и (6) потенциал взаимодействия U порядка L/a при $|x - x'| \ll a$; на больших расстояниях ($|x - x'| \gg a$) он спадает по закону Кулона, $U \approx 1/|x - x'|$, но на электродах (при x и/или $x' = \pm L/2$) величина U обращается в нуль. Последнее связано с тем, что при приближении электрона к проводящей поверхности электрода его потенциал экранируется наведенным зарядом изображения. Потенциал взаимодействия, определенный уравнениями (5) и (6), и будет использован в настоящей работе.

3. Уравнение движения электронов в канале получим, исходя из бозонизованного гамильтониана [15, 14]

$$H = \frac{1}{2\pi} \int dx v_F [(1 + g_1)\pi^2 \Pi^2(x, t) + (1 - g_1)(\partial_x \Phi)^2] - e \int dx \rho(x, t) \varphi_{ext}(x, t) + W, \quad (7)$$

где $\Phi(x, t)$ – бозонное фазовое поле, $\Pi(x, t)$ – обобщенный импульс, сопряженный с Φ , g_1 – параметр обратного рассеяния [14],

$$g_1 \approx \frac{e^2}{\epsilon \hbar v_F} K_0(2k_F a),$$

K_0 – модифицированная функция Бесселя, φ_{ext} – потенциал внешнего поля, приложенный к электродам.

Электронная плотность ρ (точнее говоря, ее длинноволновая компонента) выражается через Φ :

$$\rho = -\frac{1}{\pi} \partial_x \Phi.$$

Гамильтониану (7) соответствует следующее уравнение движения для фазы Φ :

$$\partial_t \left(\frac{1}{v\tilde{g}} \partial_t \Phi \right) - \partial_x \left(\frac{v}{\tilde{g}} \partial_x \Phi \right) = \partial_x \left[e \varphi_{ext} + \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} dx' U(x, x') \partial_{x'} \Phi \right], \quad (8)$$

где

$$v = v_F \sqrt{1 - g_1^2}, \quad \tilde{g} = \sqrt{\frac{1 + g_1}{1 - g_1}}.$$

Следуя работам [5–7], мы распространим уравнение (8) и на контактные области, считая, что в них межэлектронное взаимодействие отсутствует. При этом граничные условия должны обеспечивать непрерывность Φ и потока электронов, откуда следует, что на границах должна быть непрерывна величина $(v/\tilde{g})\partial_x \Phi$.

4. Фаза Φ всегда изменяется со временем, поэтому, рассматривая ситуацию, отвечающую даже постоянному току, необходимо исходить из уравнений со временем,

а затем, если это требуется, перейти к пределу постоянного тока. Для возмущений, зависящих от времени как $\exp(-i\omega t)$, уравнение (8) после обезразмеривания

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad u = \frac{v \Phi}{e \tilde{g} L V_a}, \quad f = \frac{\varphi_{ext}}{V_a},$$

приобретает вид

$$\frac{d}{d\xi} \left[\frac{du}{d\xi} + \beta \hat{V} \frac{du}{d\xi} - f(\xi) \right] + \Omega^2 u = 0, \quad (9)$$

где V_a – амплитуда напряжения, приложенного к электродам, $\beta = e^2 \tilde{g} / \pi \epsilon v$, $\Omega = \omega L / v$, оператор \hat{V} определен уравнением

$$\hat{V} \psi = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi' V(\xi, \xi') \psi(\xi'), \quad (10)$$

в котором

$$V(\xi, \xi') = 2 \int_0^\infty \frac{dy}{\text{sh} y} |\chi_y|^2 \begin{cases} \text{sh}[y(1/2 + \xi)] \text{sh}[y(1/2 - \xi')], & \text{если } \xi < \xi', \\ \text{sh}[y(1/2 - \xi)] \text{sh}[y(1/2 + \xi')], & \text{если } \xi > \xi' \end{cases}$$

(здесь $y = qL$). Решив уравнение для областей вне канала, можно сформулировать граничные условия к уравнению (9) внутри канала:

$$u_\xi \pm i \Omega \tilde{g} u |_{\xi=\mp 1/2} = 0.$$

В пределе низких частот уравнение (9) решается точно благодаря тому, что для оператора \hat{V} удастся найти систему собственных функций, по которым можно разложить внешний потенциал $f(\xi)$. Нетрудно проверить, что функции

$$\psi_n(\xi) = \sqrt{2} \sin \left[\pi n \left(\xi + \frac{1}{2} \right) \right], \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

являются собственными для оператора \hat{V} с собственными значениями

$$\lambda_n = 2 \int_0^\infty \frac{y dy}{y^2 + (n\pi)^2} |\chi|^2.$$

В рассматриваемой геометрии электродов $f(\xi)$ представляет собой линейную функцию, которая раскладывается по $\psi_n(\xi)$ с четными n .

Рассматривая Ω как малый параметр и проводя по нему прямое разложение, находим безразмерную флуктуацию электронной плотности, $-u_\xi(\xi)$, в пределе $\Omega \rightarrow 0$:

$$u_\xi(\xi) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(1 + \beta \lambda_{2n})} \sin(2\pi n \xi). \quad (11)$$

Размерная электронная плотность связана с u_ξ соотношением

$$\rho(\xi) = - \frac{2 e \tilde{g} V_a}{h v} u_\xi(\xi). \quad (12)$$

График функции $\rho(\xi)$ показан на рисунке для гауссовой формы распределения электронной плотности (1) по радиальной координате. Вблизи электродов происходит быстрое изменение u_ξ . В этом случае, используя асимптотическое поведение $\lambda_n \sim n^{-2}$, получаем следующее выражение для u_ξ вблизи левого электрода ($(1/2 + \xi) \ll 1$):

$$u_\xi(\xi) \approx \text{sh}(2\kappa\xi) / 2\text{sh}\kappa, \quad (13)$$

где $\alpha = a/L$, $\kappa = \alpha^{-1}\sqrt{\beta/2}$. Видно, что неравновесная электронная плотность уменьшается вглубь канала экспоненциально с характерной длиной

$$\ell = a/\sqrt{2\beta}.$$

В средней части канала основной вклад в сумму (11) дают слагаемые с небольшими n , для которых при $\alpha \ll 1$ можно положить $\lambda_n \sim \ln[1/2\pi^2\alpha^2]$, и таким образом получаем, что u_ξ изменяется линейно:

$$u_\xi(\xi) \approx -\frac{\xi}{\beta \ln(2\pi^2\alpha^2)}. \quad (14)$$

5. Интересно сравнить полученный результат со случаем, когда кулоновское взаимодействие отсутствует. Распределение электронной плотности в этом случае можно найти, положив $\beta = 0$ в уравнении (11). Тогда имеем (см. штриховую линию на рисунке)

$$u_\xi(\xi) = \xi. \quad (15)$$

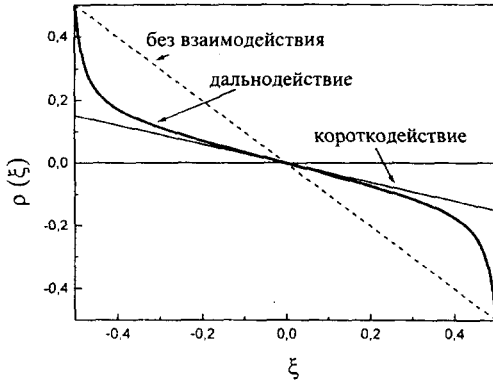
Теперь сопоставим результаты наших расчетов с обычно используемой моделью латтинджерской жидкости [4–7], в которой учтено только короткодействие электронов с эффективным параметром взаимодействия g_{eff} . В этом случае для безразмерной плотности u_ξ получается выражение, в точности совпадающее с (15), то есть плотность вдоль нити изменяется линейно. Переходя к размерной плотности согласно уравнению (12), в котором следует заменить \tilde{g} на g_{eff} и v на v_F/g_{eff} , получаем, что размерная плотность близка к полученному нами результату в области линейной зависимости, если положить $g_{eff} \approx [-\beta \ln(2\pi^2\alpha^2)]^{-1/2}$. Однако реальное кулоновское взаимодействие приводит к существенному увеличению $|\rho(x)|$ при приближении к электродам, как это видно из рисунка.

Физический смысл полученных результатов достаточно ясен. При наличии внешней разности потенциалов электронная жидкость в канале поляризуется: электроны инжектируются из левого резервуара (катода) и вытягиваются в правый (анод). Соответственно, слева возникает избыток электронов, а справа – недостаток. При отсутствии дальнего действия плотность электронной жидкости в пределе низких частот изменяется линейно, независимо от ее сжимаемости. Включение межэлектронного дальнего действия приводит к нейтрализации заряда в средней части канала, но его плотность вблизи электродов, где электрон-электронное взаимодействие ослаблено, остается неизменной.

Значение безразмерной электронной плотности $u_\xi(\xi)$ на границах ($\xi = \mp 1/2$) не зависит от взаимодействия в канале и равно $\pm 1/2$.

Что касается электрического тока, то он определяется через временную производную от фазы $\Phi(x, t)$ и, как показывают вычисления, в пределе $\Omega \rightarrow 0$ выражается через граничное значение возмущения электронной плотности:

$$j = \frac{2e^2 V_a}{h} u_\xi |_{\xi=-1/2}. \quad (16)$$



Распределение электронной плотности (нормированной на $2eV_a/hv_F$) вдоль квантовой нити при кулоновском взаимодействии электронов (сплошная линия), при отсутствии взаимодействия (штриховая линия) и при короткодействующем взаимодействии с g_{eff} (тонкая линия); $\epsilon_F=5$ мэВ, $\alpha=0.02$, $\beta=0.35$

Таким образом, ток тоже не зависит от взаимодействия ²⁾. Однако в динамическом режиме ($\Omega \neq 0$) такая зависимость возникает. Она будет исследована в отдельной работе.

Интересно заметить, что универсальность величины e^2/h стационарного кондактанса, следующая из (16), связана с тем, что ток пропорционален безразмерной граничной плотности, которая в рассматриваемой модели не зависит от взаимодействия. Таким образом, универсальность стационарного кондактанса связана с граничными условиями. Между тем использованные граничные условия неточны. Они игнорируют возможный эффект близости электронной жидкости в канале и в контактных резервуарах, который может оказаться важным, поскольку вблизи контактов полученная нами плотность быстро изменяется с расстоянием. Изменение граничного значения плотности может быть причиной нарушения универсальности кондактанса.

Настоящая работа выполнена при поддержке ИНТАС (грант 96-0721), Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-18276) и МНТП "Физика твердотельных наноструктур" (грант 97-1054).

1. S.Tarucha, T.Honda, and T.Saku, *Solid State Commun.* **94**, 413 (1995).
2. A.Yacoby, H.L.Stormer, N.S.Wingreen et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4612 (1996).
3. A.Yacoby, H.L.Stormer, K.W.Baldwin et al., *Solid State Commun.* **101**, 77 (1997).
4. M.Büttiker and T.Christen, in: *Quantum Transport in Semiconductor Submicron Structures*, Ed. B.Kramer, NATO ASI Series, Vol. **326**, (1996), p.263.
5. D.I.Maslov and M.Stone, *Phys. Rev.* **B 52**, R5539 (1995).
6. V.V.Ponomarenko, *Phys. Rev.* **B 52**, R8666 (1995).
7. I.Safi and H.J.Schulz, *Phys. Rev.* **B 52**, R17040 (1995).
8. В.А.Сабликов, Б.С.Щамхалова, *Письма в ЖЭТФ* **66**, 40 (1997).
9. V.V.Ponomarenko, *Phys. Rev.* **B 54**, 10328 (1996).
10. I.Safi, *Phys. Rev.* **B 55**, R7331 (1997).
11. A.Brataas, A.G.Mal'shukov, C.Steineback et al., *Phys. Rev.* **B 55**, 13161 (1997).
12. Ya.M.Blanter, F.W.J.Hekking, and M.Büttiker, *cond.matter/9710299*.
13. R.Egger and H.Graber, *Cond.matter/9709047*.
14. H.J.Schulz, *Phys. Rev. Lett.* **B 71**, 1864 (1993).
15. J.Voit, *Rep. Prog. Phys.* **58**, 977 (1995).

²⁾ В модели с короткодействием уравнение, связывающее ток и плотность, имеет иной вид. Уменьшение плотности, которое, как видно из рисунка, обусловлено взаимодействием, компенсируется перенормировкой скорости.