Письма в ЖЭТФ, том 67, вып.5, стр.313 - 316

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ВЫСОКИХ ГАРМОНИК В ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

В.П.Силин

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН
117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 января 1998 г.
После переработки 30 января 1998 г.

На основании простой модели холодной плазмы дано описание поляризации высоких гармоник, генерируемых в плазме благодаря тормозному излучению электронов, осциллирующих под воздействием мощного греющего плазму электромагнитного излучения. Показано, что при малом, но конечном, отличии поляризации греющего излучения от плоской поляризации высокие гармоники генерируются с почти перпендикулярной поляризацией, а степень их круговой поляризации растет с ростом номера гармоники.

PACS: 42.65.Ky

К явлению генерации высоких нечетных гармоник излучения в плазме благодаря тормозному излучению осциллирующих в поле накачки электронов, предсказанному в 1964 году [1], в последнее время появляется повышенное внимание как в экспериментальных (см., например, [2, 3]), так и в теоретических исследованиях (см., [4, 5]). Это, в частности, связано с тем, что при переходе к коротким лазерным импульсам стали сравнительно легко реализовываться условия, в которых энергия осцилляций электрона в поле греющего излучения оказывается много больше его беспорядочной энергии. Применительно к таким условиям ниже теоретически выявлены качественные свойства явления генерации высоких гармоник греющего плазму излучения, обусловленные его поляризацией.

Будем считать греющее плазму излучение эллиптически поляризованным, когда $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$, где $E_x = Ee_x \cos\omega t$, $E_y = -Ee_y \sin\omega t$. При этом $e_x^2 + e_y^2 = 1$ и для простоты принимается $e_x \geq e_y \geq 0$. Соответственно этому характеризующие поляризацию параметры Стокса [6] имеют вид $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = -2e_xe_y = A$, $\xi_3 = e_x^2 - e_y^2 \equiv \rho^2$, где A – степень круговой поляризации. В таком электрическом поле электрон осциллирует со скоростью $\mathbf{u}_E = (u_{Ex}, u_{Ey}, 0)$, где $u_{Ex} = v_E e_x \sin\omega t$, $u_{Ey} = v_E e_y \cos\omega t$. Здесь $v_E = eE/m\omega$ характеризует величину осциллирующей скорости, e – заряд, m – масса электрона. Частота греющего плазму излучения считается много большей эффективной частоты столкновений электронов с ионами в поле мощного излучения $(mv_E^2 \gg \kappa_B T)$ [1, 3, 4, 7]: $\nu(E) = 8\sqrt{2}\pi Ze^4 n_e \Lambda m^{-2}|v_E|^{-3}$. Здесь $Z = \sum\limits_i e_i^2 n_i / e^2 n_e$, e_i – заряд иона, n_e и n_i – плотности числа электронов и ионов, а суммирование ведется по всем сортам ионов.

В отличие от работы [1], воспользуемся упрощенным подходом работы [4], основывающемся на использовании электрон-ионного интеграла столкновений Ландау при пренебрежении малыми порядка отношения масс электрона и иона. Логарифмическая точность подхода Ландау потребует ниже указать на зависимость кулоновского логарифма от поля.

Следуя подходу работы [1] и согласно [4], после умножения кинетического уравнения на заряд электрона и вектор его скорости и после интегрирования по пространству скоростей получаем для обусловленного столкновения $\delta\mathbf{j}$ возмущения плотности электрического тока:

$$\frac{\partial \delta \mathbf{j}}{\partial t} = -\frac{4\pi e^4 Z n_e \Lambda_e}{m^2} \int d\mathbf{v} \frac{\mathbf{v}}{v^3} F(\mathbf{v} - \mathbf{u}_E(t)) = -e n_e \nu(E) \mathbf{u}_E(t) \left| \frac{v_E}{\sqrt{2}\mathbf{u}_E(t)} \right|^3. \quad (1)$$

Здесь использована функция распределения электронов $F(\mathbf{u}) = n_e \delta(\mathbf{u})$, полностью пренебрегающая беспорядочным движением электронов. Интересующее нас описание генерации гармоник излучения достигается на пути использования фурье-разложения (ср. [7]):

$$\left| \frac{v_E}{\sqrt{2}\mathbf{u}_E(t)} \right|^3 = \frac{1}{(1 - \rho^2 \cos 2\omega t)^{3/2}} = A_0^{(3/2)}(\rho^2) + 2\sum_{l=1}^{\infty} A_l^{(3/2)}(\rho^2) \cos 2l\omega t. \quad (2)$$

При этом, используя широко известное в теории потенциала разложение Фурье решений уравнения Лапласа, согласно [8] (стр. 167, формула 3.10.5) или [9] (стр. 271, формула (155)), имеем:

$$A_l^{(3/2)}(\rho^2) = \frac{1}{|A|^{3/2}} P_{1/2}^l \left(\frac{1}{|A|} \right) \frac{\Gamma(3/2 - l)}{\Gamma(3/2)}, \quad (3)$$

где $\Gamma(z)$ – функция Эйлера, $P_\nu^l(z)$ – обобщенные сферические функции или функции Лежандра.

Подстановка (2) в (1) непосредственно дает:

$$\frac{\partial \delta j_x}{\partial t} = -e_x E \frac{\omega_{Le}^2}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\nu(E,l)}{\omega} \sin[(2l+1)\omega t][A_l^{(3/2)} - A_{l+1}^{(3/2)}], \quad (4)$$

$$\frac{\partial \delta j_y}{\partial t} = -e_y E \frac{\omega_{Le}^2}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\nu(E,l)}{\omega} \cos[(2l+1)\omega t][A_l^{(3/2)} + A_{l+1}^{(3/2)}], \quad (5)$$

где $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_e / m}$ – электронная ленгмюровская частота. Из формул (4), (5), в частности, следует, что поле излучения гармоник оказывается, так же как поле греющего излучения, полностью эллиптически поляризованным.

Остановимся на вводимой нами эвристически зависимости частоты столкновений $\nu(E,l)$ от номера $(2l+1)$ нечетной гармоники. Здесь следует напомнить, что кулоновский логарифм $\Lambda = \ln(r_{max}/r_{min})$ определяется отношением максимального и минимального прицельных параметров, которые ограничивают область логарифмического приближения Ландау. При этом в высокочастотном поле максимальный прицельный параметр определяется отношением скорости электрона к частоте (в нашем случае гармоники). В случае слабого поля это было установлено в [10, 11], когда скоростью являлась тепловая скорость. В пределе сильного поля $r_{max} \simeq |v_E|/(2l+1)\omega$. Минимальный прицельный параметр определяется наибольшим из двух значений $r_{min,cl} = Ze^2/mv_E^2$ и $r_{min,q} = \hbar/m|v_E|$. В достаточно сильном греющем поле, когда $\hbar|v_E| > Ze^2$, реализуется последний, квантовый случай. Таким образом,

$$\Lambda = \ln \frac{mv_E^2}{\hbar\omega(2l+1)}, \ |v_E| > \frac{Ze^2}{\hbar} \ \text{или} \ \Lambda = \ln \frac{m|v_E|^3}{Ze^2\omega(2l+1)}, \ |v_E| < \frac{Ze^2}{\hbar}. \quad (6)$$

Уменьшение кулоновского логарифма при больших l может быть одной из причин фактического обрывания рядов (4) и (5).

Перейдем к обсуждению поляризационных свойств высоких гармоник, генерируемых в плазме, отвечающих следствиям формул (5) и (6). Прежде всего заметим, что при $\rho^2 = 0$, когда излучение циркулярно поляризовано в соответствии с работой [1], гармоник нет. Число гармоник, как это следует из свойств функций Лежандра, тем больше, чем ближе поляризация к плоской. Поэтому далее примем, что $e_y^2 \ll e_x^2$ или, что то же самое,

$$A^2 \ll 1. \tag{7}$$

В этом случае, используя известное асимптотическое разложение функций Лежандра (см., например, [9], стр.204), имеем:

$$A_l^{(3/2)}(\rho^2) = \frac{2^{3/2}}{\pi A^2}\left\{1 - \frac{l^2A^2}{4}\left[\ln\left(\frac{4}{l^2A^2}\right) - 2C + 1\right]\right\},$$

где $C = 0.577...$ – постоянная Эйлера. Тогда для коэффициентов фурье-разложений (4) и (5) получаем

$$e_x[A_l^{(3/2)} - A_{l+1}^{(3/2)}] \simeq \frac{2^{1/2}}{\pi} l \left[\ln\left(\frac{4}{A^2l^2}\right) - 2C\right], \tag{8}$$

$$e_y[A_l^{(3/2)} + A_{l+1}^{(3/2)}] \simeq \frac{2^{3/2}}{\pi|A|}. \tag{9}$$

Здесь учтено, что $A \cong 2e_y$. Асимптотические формулы (8) и (9) имеют место только тогда, когда $A^2l^2 \ll 1$. При нарушении последнего условия (но при выполнении (8)) имеем

$$A_l^{(3/2)}(\rho^2) \cong 2\sqrt{\frac{l}{\pi|A|^3}}\exp(-l|A|). \tag{10}$$

Это означает, что если кулоновский логарифм (6) не обрывает разложения Фурье (4), (5), то число гармоник обрывается при $l \sim |A|^{-1}$.

Замечательное свойство формул (8) и (9) состоит в том, что когда греющее плазму излучение поляризовано почти вдоль оси x, поле генерируемых высоких гармоник в силу условия $A^2l^2 \ll 1$ поляризовано почти вдоль оси y. При этом на основании формул (4), (5), (8), (9) нетрудно сделать заключение о том, что степень круговой поляризации $A^{(l)}$ высокой $2l+1$-ой гармоники по закону

$$|A^{(l)}| = l|A|\left[\ln\left(\frac{4}{A^2l^2}\right) - 2C\right] \tag{11}$$

увеличивается с ростом номера гармоники. Соответственно этому степень максимальной линейной поляризации $L^{(l)} = \sqrt{1 - |A^{(l)}|^2}$ уменьшается. Установленное здесь поляризационное свойство высоких гармоник резко контрастирует с многократно повторенным результатом работы [1], согласно которой в случае плоской поляризации греющего излучения высокие гармоники имеют в точности такую же плоскую поляризацию. Возникающее при таком сравнении очевидное противоречие связано с тем, что установленная в настоящей статье поляризационная закономерность получена при полном пренебрежении тепловым движением электронов. В этой связи следует отметить, что в работе[7] показано, что тепловым движением в случае сильного поля излучения ($v_E^2 \gg v_T^2 = \kappa_B T/m$) можно пренебречь только при

$$1 - \rho^4 = A^2 \gg v_T^2/v_E^2.$$

Если же степень круговой поляризации $|A|$ настолько мала, что выполняется противоположное неравенство, то при учете теплового движения вместо выражения (8) в соответствии с [1] возникает $l \ln(|v_E|/v_T l)$, а вместо (9) $\sim A(v_E^2/v_T^2)$, что и обеспечивает переход к пределу плоскополяризованного излучения ($A = 0$) работы [1] (ср. также [4]).

Заметим здесь, что, согласно (4), (5), поляризационная аномалия имеет место и для основной гармоники, определяющей обратное тормозное поглощение плазмы. При этом аномальная y-компонента поглощается эффективнее, что ведет к уменьшению степени круговой поляризации A греющего излучения. Описывающий такое явление закон при условии (7), как это следует из (4) и (5) при использовании (8), (9), имеет вид $(A^2/64)[\ln(64/A^2) + 1] - (1/4)\ln|v_E/v_T| = \text{const}$.

Наконец следует указать, что результаты настоящего рассмотрения в случае достаточно интенсивного излучения переносятся на модель тормозного излучения электрона атома в сильном поле. Это легко усмотреть, сравнивая плазменную модель работы [1] с атомарной моделью генерации высоких гармоник работы [12].

Таким образом, в простой модели холодной плазмы, отвечающей случаю тепловой энергии электрона, много меньшей его энергии осцилляций в поле греющего плазму излучения с почти плоской поляризацией, теоретически описано явление поляризации высоких гармоник в плоскости, почти перпендикулярной поляризации накачки. Установлен закон изменения степени круговой поляризации при росте номера гармоники. Для основной гармоники указано явление нелинейного изменения поляризации при поглощении греющего плазму излучения. Отметим, что обсуждаемое явление подобно установленной в [7] поляризационной аномалии низкочастотной проводимости плазмы, греющейся благодаря обратному тормозному поглощению.

Настоящая работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ и государственной поддержке ведущих научных школ (проект 96-15-96750), при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-17002) и в рамках объединенного российско-итальянского проекта "Новые когерентные источники ультракоротких импульсов", подготовленного в соответствии с законом № 212/92 Правительства Италии.

---

1. В.П.Силин, ЖЭТФ **47**, 2254 (1964).
2. С.М.Гладков, Н.И.Коротеев, УФН **160**, 105 (1990).
3. F.Giammanco, P.Ceccherini, C.Tagliavini et al., Laser Physics **7**, 22 (1997).
4. G.Ferrante, S.A.Uryupin, M.Zarcone, and P.I.Porshnev, J.Opt. Soc. Am. **B14**, 1716 (1997).
5. *Plasma collective effects in atomic physics*, Eds. F.Giammanco, N.Spinelli, Edizioni ETS, Pisa, 1996.
6. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Теория поля*, М.: Наука, 1973.
7. В.П.Силин, ЖЭТФ **111**, 478 (1997).
8. Г.Бейтмен, А.Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, т.1, М.: Наука, 1965.
9. Е.В.Гобсон, *Теория сферических и эллипсоидальных функций*, М.: Изд-во Иностранной Литературы, 1952.
10. H.A.Kramers, Phil. Mag. **46**, 836 (1923).
11. В.Л.Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, М.: Гостехиздат, 1960.
12. Р.В.Карапетян, В.Б.Федоров, Краткие сообщения по физике, ФИАН, №7, 8, 1995, с.76.